Edmondo Scola

APPUNTI DI
FISICA

STATICA
TERMOLOGIA
Con esercizi svolti

CENNI DI FISICA MODERNA



... ogni idea o problema o corpo di conoscenze può essere presentato in una maniera abbastanza semplice, così che qualunque studente possa comprenderlo in una forma riconoscibile.

Jerome Bruner

Copyright© 2021 Edmondo Scola

Tutti i diritti riservati.

Il presente file può essere usato esclusivamente per finalità di carattere personale. Tutti i contenuti sono protetti dalla legge sul diritto d'autore.

È vietata qualsiasi duplicazione del presente e-book.

Versione 1: aprile 2021

Per segnalare eventuali errori, potete scrivere all'indirizzo:
edmondo.scola@icloud.com

PRESENTAZIONE

Il libro si rivolge a chiunque voglia acquisire le nozioni di base relative alla fisica. Per la comprensione degli argomenti in esso contenuti, non sono necessari particolari requisiti. L'obiettivo è fornire al lettore un insieme di conoscenze e competenze che sono alla base della fisica.

Gli esercizi svolti, all'interno del testo, sono parte integrante della proposta formativa. Mediante il loro svolgimento si consolidano le competenze acquisite in precedenza.

Vorrei dare ora qualche consiglio sullo studio, secondo quella che è stata la mia esperienza, ovviamente poi ognuno troverà il suo metodo più adatto. Qualora il lettore incontri difficoltà su qualche argomento può "saltarlo" e provare comunque a leggere gli argomenti successivi. Non tutti gli argomenti sono collegati e non tutti richiedono la conoscenza delle parti precedenti. Per esempio, l'argomento sulla somma e sulla scomposizione dei vettori non è indispensabile per *studiare* la forza di attrito e la forza elastica e nemmeno per studiare la velocità e l'accelerazione. Esso verrà ripreso nello studio del piano inclinato. Ritengo utile puntualizzare che la parola *studiare* non è usata a caso, la fisica è una materia concettuale e necessita di studio ed applicazione per la sua comprensione. Consiglio, inoltre, di rivedere gli argomenti precedenti man mano che si prosegue con quelli successivi cercando di innescare una sorta di apprendimento a spirale. Dopo aver studiato argomenti successivi, si riescono a comprendere meglio anche gli argomenti precedenti.

Voglio infine ricordare la frase di Catone **"Tieni il concetto, le parole seguiranno"** che esorta a capire gli argomenti anziché tentare di impararli a memoria. Una volta capiti, si troveranno anche le parole per spiegarli, cioè *le parole saranno una conseguenza*.

Sommario

PRESENTAZIONE ..... - 2 -
LA FISICA INTORNO A NOI ..... - 8 -
Il metodo sperimentale. ..... - 8 -
La lettura di una formula. ..... - 9 -
ARGOMENTI PROPEDEUTICI ..... - 11 -
Le grandezze *direttamente* proporzionali. ..... - 11 -
Le grandezze *inversamente* proporzionali. ..... - 12 -
La *dipendenza lineare*. ..... - 13 -
L'inverso del quadrato. ..... - 14 -
La diagonale del quadrato. ..... - 15 -
L'altezza del triangolo equilatero. ..... - 15 -
Il volume del parallelepipedo. ..... - 15 -
Il volume del cilindro. ..... - 15 -
La notazione esponenziale. ..... - 16 -
Le equazioni. ..... - 17 -
Le funzioni ..... - 17 -
Le funzioni trigonometriche. ..... - 18 -
LE GRANDEZZE FISICHE ..... - 22 -
Il Sistema Internazionale di Unità di Misura. ..... - 22 -
La massa. ..... - 24 -
LA MISURA ..... - 26 -
L'incertezza della misura. ..... - 26 -
Teoria degli errori. ..... - 26 -
Le *caratteristiche* degli strumenti di misura. ..... - 28 -
Strumenti analogici e digitali. ..... - 29 -

LA DENSITÀ ..... - 30 -
Approfondimento – La densità come funzione *continua* di un corpo *continuo*. ..... - 33 -
LE FORZE E I VETTORI ..... - 36 -
La *somma* delle forze. ..... - 37 -
Scomposizione di un vettore secondo *due* direzioni assegnate. ..... - 39 -
LA FORZA-PESO ..... - 41 -
LA FORZA DI ATTRITO RADENTE ..... - 44 -
LA FORZA ELASTICA E LA LEGGE DI HOOKE ..... - 50 -
Approfondimento – La legge di Hooke per una barra di acciaio. ..... - 53 -
IL CENTRO DI MASSA E IL CENTRO DI GRAVITÀ ..... - 56 -
Il *centro di massa*. ..... - 56 -
Approfondimento – Il centro di massa di un corpo *continuo* ..... - 58 -
Il *centro di gravità* ..... - 59 -
L'EQUILIBRIO DEI SOLIDI ..... - 61 -
Il *punto materiale* e il *corpo rigido*. ..... - 61 -
I *vincoli* e le *reazioni vincolari*. ..... - 62 -
L'equilibrio del *punto materiale*. ..... - 64 -
L'equilibrio sul *piano inclinato*. ..... - 65 -
La *pendenza* del piano inclinato. ..... - 67 -
Approfondimento – Coefficiente di attrito e *pendenza* del piano inclinato. ..... - 68 -
Il *momento* di una forza ..... - 70 -
La *coppia di forze*. ..... - 71 -
L'equilibrio del *corpo rigido*. ..... - 72 -
Approfondimento – Equilibrio di *un'asta rigida* e calcolo delle *reazioni vincolari*. ..... - 73 -

L'EQUILIBRIO DEI FLUIDI ..... - 77 -
La definizione di *pressione* ..... - 77 -
Approfondimento – La pressione come *funzione continua*. ..... - 78 -
Diverse unità di misura per la pressione. ..... - 79 -
La *pressione idrostatica* e la *legge di Stevin*. ..... - 82 -
Diagramma delle pressioni. ..... - 83 -
Il *principio di Pascal* e il torchio idraulico. ..... - 87 -
Il principio di Archimede. ..... - 89 -
La *pressione atmosferica* e *l'esperienza di Torricelli* ..... - 91 -
TERMOLOGIA ..... - 95 -
La *temperatura* e *l'energia termica*. ..... - 95 -
La legge della *dilatazione termica lineare*. ..... - 97 -
La *legge fondamentale della termologia*. ..... - 99 -
Il *calore latente* e i *passaggi di stato*. ..... - 104 -
La *legge della conduzione termica* ..... - 107 -
Convezione e irraggiamento. ..... - 111 -
TERMODINAMICA ..... - 112 -
La *legge di Boyle*. ..... - 112 -
Le *trasformazioni termodinamiche*. ..... - 114 -
TEORIA DELLA RELATIVITÀ ..... - 119 -
Definizioni generali. ..... - 119 -
La Teoria della Relatività Ristretta. ..... - 121 -
La Teoria della Relatività Generale. ..... - 122 -
La scoperta delle *onde gravitazionali*: una *conferma sperimentale* della teoria della Relatività Generale. ..... - 124 -
GALILEO E LA DINAMICA ..... - 127 -
TECNOLOGIE DIGITALI ..... - 129 -

Il foglio di calcolo. ..... - 130 -
Excel in breve. ..... - 131 -
LA LEGGE FONDAMENTALE DELLA DINAMICA ..... - 132 -
L'INDUZIONE ELETTROMAGNETICA ..... - 137 -
LO STUDIO DI FUNZIONE ..... - 139 -
Link consultati ..... - 140 -
Bibliografia ..... - 140 -

LA SCIENZA DELLA NATURA

La ***fisica*** studia la parte della natura che può essere descritta attraverso *grandezze misurabili* e cerca di tradurre in *leggi*, ovvero *espressioni matematiche*, i fenomeni che avvengono in essa. Per raggiungere tali obiettivi, la fisica si serve spesso di *modelli matematici*, ovvero di *astrazioni* che permettono di semplificare la descrizione dei *fenomeni naturali*. In fisica, le leggi vengono talvolta chiamate anche *princìpi*.

Il metodo sperimentale.

La scienza ha le sue radici in **Galileo Galilei** (1564-1642). Prima di lui, altri studiosi, come Copernico e Keplero, avevano fatto scoperte importanti, ma fu Galileo il primo ad accompagnare alle scoperte il cosiddetto **metodo sperimentale**.
In base a questo metodo, le leggi della natura devono essere ottenute per mezzo di **esperimenti** e verifiche, e non dedotte dalle Sacre Scritture o dai testi dei grandi filosofi del passato. Se un'affermazione non può essere verificata con un esperimento, essa non può essere accettata.

Il metodo sperimentale prevede ***quattro fasi***:

1. osservazione del fenomeno;
2. formulazione di un'ipotesi;
3. verifica sperimentale dell'ipotesi;
4. formulazione della legge, se l'ipotesi è confermata dagli esperimenti.

La fisica permette di dare risposte ad innumerevoli *quesiti della vita quotidiana*. Studiando la fisica si potrà, ad esempio, scoprire perché i panni si attaccano alle pareti del cestello della lavatrice, perché una bicicletta si deve inclinare in curva, perché le rotaie del treno in curva non sono allo stello livello, perché la Luna non cade sulla Terra, ecc. Come fa un aereo a volare, come funziona un motore elettrico, perché basta allontanarsi di poco da un'antenna che emana radiazioni elettromagnetiche per diminuire drasticamente l'intensità delle stesse, come fa un frullatore

a sminuzzare il cibo, perché un cane bagnato schizza l'acqua quando si scuote, qual è il principio di funzionamento di un frigorifero, ecc.

Molti dei fenomeni citati trovano spiegazione attraverso il *principio di inerzia*: un corpo rimane nel suo stato di *quiete* o di *moto rettilineo uniforme* finché non interviene una *forza* a modificare tale stato. Per questo, i panni della lavatrice tendono a tare fermi e, una volta messi in moto, dall'attrito del cestello, tendono ad "andare dritti". Essendo invece "costretti" dal cestello a curvare, rimangono attaccati ad esso. Così, le gocce d'acqua del cane bagnato tendono a rimanere ferme e, quando il cane si scuote, tendono a staccarsi dal pelo. Le gocce che non si staccano subito, una volta in moto, tendono a proseguire il loro moto e quindi si staccano in un secondo momento. Il cibo nel frullatore tende a rimanere fermo e, quando colpito dalle lame, la sua inerzia non gli permette di acquistare la velocità delle lame stesse. Per questo, viene superata la sua resistenza al taglio e diventa a pezzetti sempre più piccoli, fino a diventare, dopo un tempo sufficientemente lungo, un miscuglio omogeneo. La luna tenderebbe ad "andare dritto" e disperdersi nello spazio ma l'attrazione gravitazionale con la terra la "costringe" a deviare la sua traiettoria rettilinea. La forza di attrazione con la Terra non fa cadere la Luna su di essa perché viene "impiegata" a farla curvare, a far variare la direzione della sua velocità, a farla ruotare intorno alla Terra stessa.

La lettura di una formula.

Prendiamo come esempio la formula che riguarda la *legge della conduzione termica*, cioè la seguente:

$$P = \lambda \cdot S \frac{\Delta T}{d}$$

Una formula "ci dice" che la grandezza prima dell'uguale dipende dalle grandezze dopo l'uguale.

Per *lettura della formula* s'intende la comprensione di ciò che essa esprime dal punto di vista fisico. Per ciò che concerne la formula di

sopra, essa esprime il fatto che la *dispersione di potenza termica,* ovvero del calore, attraverso il muro di un'abitazione *dipende* da:

- λ (lambda), cioè dal materiale di cui è fatto il muro;
- S, cioè la superficie del muro;
- ΔT, cioè la *differenza* delle temperature da un lato all'altro del muro;
- d, cioè lo spessore del muro.

Si deduce inoltre che la dispersione di calore *aumenta* all'aumentare di λ, S, ΔT e *diminuisce* all'aumentare dello spessore d del muro.

I seguenti argomenti sono alla base dello studio di alcuni argomenti di fisica. Non tutti gli argomenti di seguito esposti saranno necessari nell'immediato.

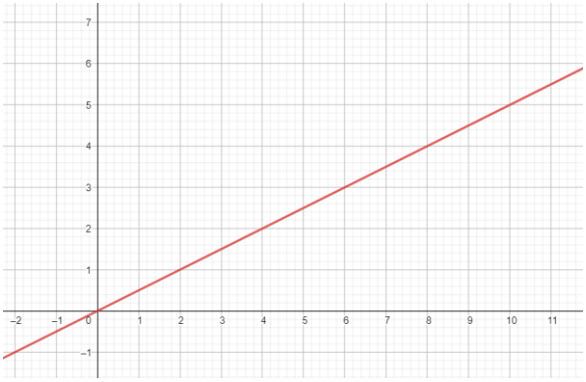
Le grandezze *direttamente* proporzionali.

Due grandezze *variabili* sono *direttamente* proporzionali se il loro *rapporto* è costante. Ovvero, dette **x** e **y** le grandezze, se:

$$\frac{y}{x} = k \qquad \rightarrow \qquad y = k\,x$$

dove *k = costante*.

Sul piano cartesiano, due grandezze *direttamente* proporzionali sono rappresentate da una *retta passante per l'origine degli assi*. La costante k è la *pendenza* di tale retta.



La retta rappresentata nel grafico è la *retta di equazione*: y = 0,5 x

Dal grafico si vede infatti che tale retta, oltre a passare per l'origine, *passa* per il punto di *coordinate* x = 8 e y = 4. Ciò significa che la pendenza della retta vale 0,5 perché:

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - 0}{8 - 0} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

Esempio di *grandezze direttamente proporzionali* sono la *quantità* di olio e il *costo totale* di tale quantità. Più aumentano i litri d'olio da comprare e più aumenta il loro prezzo. La *costante k* rappresenta in tal caso il *costo unitario* dell'olio, cioè il *costo a litro*.

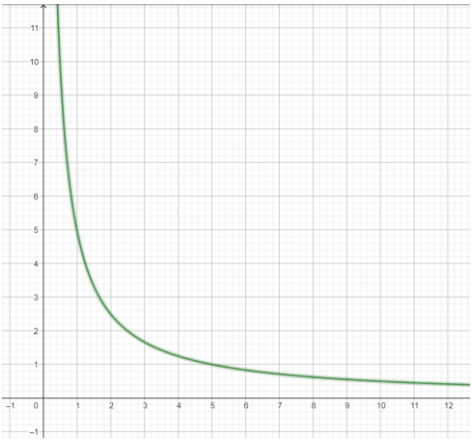
Le grandezze *inversamente* proporzionali.

Due grandezze *variabili* sono *inversamente* proporzionali se il loro *prodotto* è costante. Ovvero, dette **x** e **y** le grandezze, se:

$$\boldsymbol{y\,x = k} \quad \rightarrow \qquad \boldsymbol{y = \frac{k}{x}}$$

dove *k = costante*.

Sul piano cartesiano, due grandezze *inversamente* proporzionali sono rappresentate da *un'iperbole equilatera*.



La curva presenta una *simmetria* rispetto alla bisettrice del primo quadrante del piano cartesiano. Presenta, inoltre, due *asintoti* ovvero gli assi cartesiani. La curva si avvicinerà sempre di più ad essi senza tuttavia mai toccarli, se non all'infinito.

Esempio di *grandezze inversamente proporzionali* sono la *portata* di un rubinetto e il *tempo* che occorre per riempire un recipiente. Più si apre il rubinetto e meno tempo occorre. La *costante k* rappresenta in tal caso la *capienza* del recipiente.

La *dipendenza lineare*.

Due grandezze *variabili* x e y sono *linearmente dipendenti* se seguono la seguente legge:

$$y = m\,x + n$$

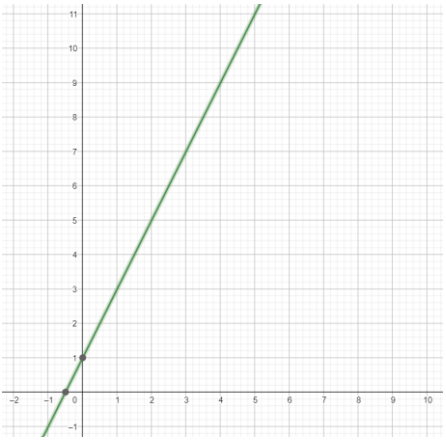
dove m ed n sono due *costanti*.

Sul piano cartesiano, tali grandezze variabili sono rappresentate da una ***retta*** di *pendenza* m che interseca *l'asse delle y* nel punto di ordinata n. La costante m è chiamata *coefficiente angolare*. La costante n è detta *intercetta*. Le due *variabili* **x** e **y** si dicono anche *correlate linearmente*.

Il *coefficiente angolare* è dato da:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

ovvero, dati *due punti qualsiasi* della retta, dal *rapporto* fra la *variazione* delle ordinate e la *variazione* delle ascisse.



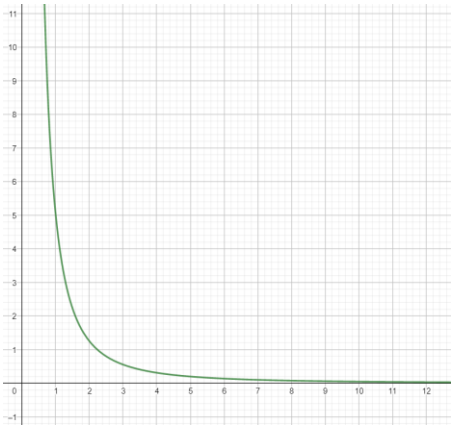
L'inverso del quadrato.

Si consideri una *grandezza variabile* y che *dipende* da una *grandezza variabile* x, ovvero $y = f(x)$. Si dice che y è proporzionale *all'inverso del quadrato* di x se:

$$y = \frac{k}{x^2}$$

dove k = *costante*.

Tale correlazione fra grandezze, si riscontra nello studio del *campo gravitazionale* e del *campo elettromagnetico*. *L'intensità* di questo tipo di grandezze *dipende dall'inverso del quadrato della distanza*.



Si osservi che, rispetto alla proporzionalità inversa, la curva non presenta simmetrie e decresce in modo più rapido. Essa si avvicina rapidamente all'asse delle ascisse. Tuttavia, l'asse delle ascisse non verrà mai toccato, se non all'infinito.

L'osservazione di tale curva suggerisce che basta allontanarsi di poco dalle *sorgenti elettromagnetiche* (ad esempio smartphone, forno a microonde, cucina ad induzione, router, antenne di telefonia, ecc.) per ridurre drasticamente l'esposizione alle *radiazioni elettromagnetiche* o ai *campi magnetici*. È sempre consigliabile, quando possibile, pur non

trattandosi di radiazioni *ionizzanti*. Le radiazioni dannose per l'uomo sono invece le cosiddette *radiazioni ionizzanti*, ovvero quelle emesse durante gli esami di *diagnostica per immagini* quali la TC e la PET. Fa eccezione l'esame diagnostico mediante *ecografia*, perché l'ecografia non utilizza radiazioni ionizzanti ed è basata su innocue *onde sonore* ad alta frequenza, dette *ultrasuoni*.

La diagonale del quadrato.

La diagonale di un quadrato di *lato l* si ottiene con la formula:

$$d = l\sqrt{2}$$

L'altezza del triangolo equilatero.

L'altezza di un triangolo equilatero di *lato l* si ottiene con la formula:

$$h = l\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Il volume del parallelepipedo.

Il volume di un parallelepipedo rettangolo di *lati* l_1, l_2 *e* l_3 è dato dal prodotto dei suoi tre lati, ovvero dalla seguente formula:

$$V = l_1 \cdot l_2 \cdot l_3$$

Il volume del cilindro.

Il volume di un cilindro di *altezza* h ed avente il *raggio dell'area di base pari a* r è dato dalla seguente formula:

$$V = \pi r^2 h$$

La notazione esponenziale.

La scrittura $\mathbf{a^b}$ si chiama *potenza*, dove **a** viene detta *base* e **b** viene detto *esponente*.

La potenza $\mathbf{a^b}$ indica che il numero **a** deve essere **b** volte moltiplicato per sé stesso. Ad esempio, 10^3 equivale a $10 \times 10 \times 10 = 1000$.

In generale, considerando una *base pari a 10*, se l'esponente $\boldsymbol{n}$ è *positivo*, la notazione $\mathbf{10^n}$ indica che il numero 10 deve essere *moltiplicato* $\boldsymbol{n}$ volte.

Se invece l'esponente è *zero*, si ha:

$$\mathbf{10^0 = 1}$$

Si ha, inoltre:

$$\mathbf{10^{-n} = \frac{1}{10^n}}$$

Per le potenze, valgono le seguenti *proprietà*:

$$10^m \, 10^n = 10^{m+n}$$

$$\frac{10^m}{10^n} = 10^{m-n}$$

$$(10^m)^n = 10^{m\,n}$$

In fisica, le *potenze di 10* vengono usate per scrivere numeri *molto grandi* e numeri *molto piccoli* con la cosiddetta *notazione esponenziale*.

Con la ***notazione esponenziale***, un numero è scritto come *prodotto* tra un altro numero, maggiore o uguale a 1 e minore di 10, e una potenza di 10.

In altri termini, ogni numero viene scritto nella forma:

$$\boldsymbol{a \times 10^n}$$

dove $\boldsymbol{n}$ è un numero intero positivo o negativo e $\boldsymbol{a}$ è tale che:

$$\boldsymbol{1 \leq a < 10}$$

Le equazioni.

Per lo svolgimento degli esercizi di fisica, spesso occorre risolvere delle *equazioni*. Un'equazione è *un'uguaglianza* nella quale è presente *un'incognita*.

Per risolvere un'equazione, occorre isolare l'incognita. Per farlo si utilizzano due ***princìpi di equivalenza***.

1° principio di equivalenza

Data un'uguaglianza, se sommiamo o sottraiamo la stessa grandezza a entrambi i termini l'uguaglianza non cambia.

2° principio di equivalenza

Data un'uguaglianza, se moltiplichiamo o dividiamo entrambi i membri per una stessa quantità (diversa da zero) l'uguaglianza non cambia.

Le funzioni.

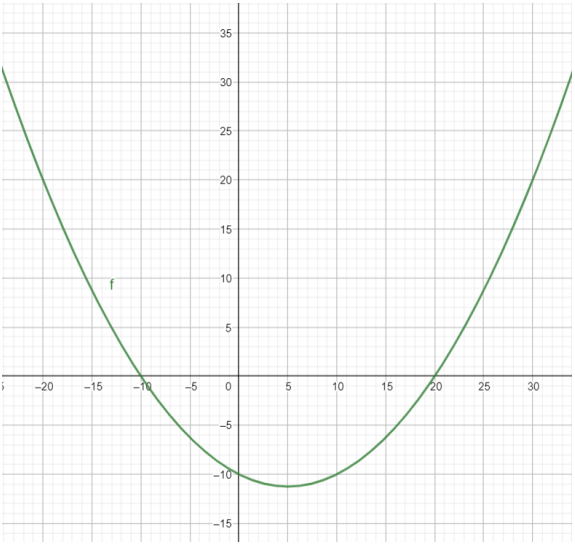
Si considerino *due variabili* x e y. Una *funzione* è una relazione matematica che *associa* ad ogni valore di x uno e un solo valore di y.

La *variabile x* è detta *variabile indipendente* mentre la *variabile y* è detta *variabile dipendente*. Cioè y *dipende* da x.

Le funzioni possono essere rappresentate graficamente nel *piano cartesiano*. In genere si rappresenta la variabile *indipendente* x sull'asse orizzontale e quella *dipendente* y sull'asse verticale. Il grafico è formato dai punti del piano di coordinate (x; y), dove y è il valore che *corrisponde* a x tramite la *funzione*. Ad esempio, il *grafico* della funzione:

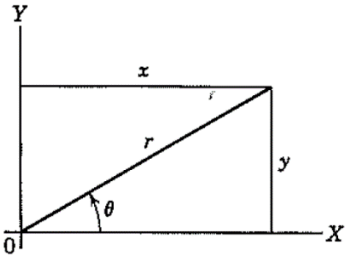
$$y = \frac{1}{20}x^2 - \frac{1}{2}\,x - 10$$

è il seguente:



Le funzioni trigonometriche.

Si consideri la seguente figura:



Dato l'angolo Θ, si definiscono le funzioni *seno, coseno e tangente* nel seguente modo:

$$\sin\Theta = \frac{y}{r}$$

$$\cos\Theta = \frac{x}{r}$$

$$\tan\Theta = \frac{y}{x}$$

In altri termini, per un *triangolo rettangolo*, valgono le seguenti relazioni:

$$y = r \sin \Theta$$

$$x = r \cos \Theta$$

$$y = x \tan \Theta$$

Talvolta le precedenti espressioni vengono anche chiamate ***teoremi dei triangoli rettangoli***, e si possono enunciare nel seguente modo:

1. In un triangolo rettangolo, un *cateto* è uguale a*ll'ipotenusa* per il *seno dell'angolo opposto*.
2. In un triangolo rettangolo, un *cateto* è uguale *all'ipotenusa* per il *coseno dell'angolo adiacente*.
3. In un triangolo rettangolo, un *cateto* è uguale all'altro *cateto* per la *tangente dell'angolo opposto*.

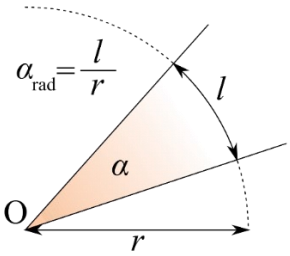
Valgono, inoltre, le seguenti relazioni:

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$(\text{sen } \alpha)^2 + (\cos \alpha)^2 = 1$$

I valori di *seno, coseno e tangente* si trovano con la calcolatrice scientifica, facendo attenzione all'impostazione *sull'unità di misura degli angoli*. Per le unità di misura più usate, le *sessagesimali*, l'indicatore della calcolatrice è generalmente (Deg). L'unità di misura sessagesimale divide *l'angolo giro* in *360 parti*, ovvero in *360 gradi*. Ogni grado è poi diviso in *60 primi* ed ogni primo è diviso in *60 secondi*. Se invece dei primi e dei secondi si usano le *cifre decimali* allora si parla di gradi *sessa decimali*.

Nel *Sistema Internazionale*, l'unità di misura degli angoli è il *radiante* (rad). Su Wikipedia si trova la seguente figura che rende bene l'idea di cosa sia un *angolo espresso in radianti*:



La misura dell'angolo in *radianti* è il *rapporto* tra la *lunghezza dell'arco di circonferenza* tracciato dall'angolo e la *lunghezza del raggio* di tale arco di circonferenza. Il *rapporto non dipende* dalla *lunghezza del raggio*, ma solo *dall'ampiezza dell'angolo*.

Da ciò si evince che il *radiante* è un *numero puro*, ossia è *adimensionale*, dato che esprime il *rapporto fra due lunghezze*.

Un ***radiante*** è, quindi, *l'angolo sotteso ad un arco di circonferenza di lunghezza uguale al raggio*.

L'unità di misura dei *radianti* divide *l'angolo giro* in ***2π parti***. Infatti, essendo l'arco di circonferenza relativo all'angolo giro pari a $2\,\pi\,r$ si ottiene:

$$\alpha = \frac{2\,\pi\,r}{r} = 2\,\pi$$

Si ha anche la seguente corrispondenza con i *gradi sessa decimali*:

1 rad = 57,3°

Basta infatti dividere 360 per 2 π.

La misura del radiante consente di avere formule trigonometriche molto più semplici di quelle che si avrebbero adottando i gradi sessagesimali.

Ad esempio, per *angolo piccoli*, *prossimi allo zero*, si ha che:

$$\sin x \cong x$$

La precedente espressione ha importanti conseguenze pratiche, semplificando molti problemi.

Esiste, infine, un'altra unità di misura degli angoli, i *gradi centesimali* (Gra), questi ultimi poco usati. L'angolo giro è, in questo caso, diviso in 400 gradi e l'angolo retto vale 100 gradi centesimali.

LE GRANDEZZE FISICHE

Una ***grandezza fisica*** è una *quantità* che può essere *misurata* in modo oggettivo.

La fisica "non" si occupa di ciò che non può essere misurato. Non possono essere misurate, ad esempio, la bontà, la bellezza, l'amore. Non si può dire, ad esempio, che la bontà di una certa persona è pari a dieci mentre quella di un'altra persona è pari a otto.

Per *misurare* una grandezza fisica, occorre scegliere *un'unità di misura* e *confrontare* la grandezza con l'unità di misura scelta. Si arriva così a determinare *quante volte* l'unità di misura è *contenuta* nella grandezza.

Il *valore* della grandezza fisica viene espresso con la seguente scrittura:

grandezza = (valore numerico) (unità di misura)

Ad esempio, per un *tempo* pari a 15 *secondi* si scrive:

t = 15 s

L'unità di misura è un campione di riferimento, dello stesso tipo della grandezza da misurare, rispetto a cui viene determinato il valore della grandezza stessa.

Per misurare le grandezze fisiche ci si serve degli *strumenti di misura*, quali ad esempio, il cronometro, il termometro, il barometro, ecc.

Il Sistema Internazionale di Unità di Misura.

L'unità di misura di ogni grandezza fisica potrebbe essere scelta a discrezione. Per esempio, per misurare una lunghezza si potrebbe scegliere come unità una penna, un foglio di carta, un temperamatite, ecc. Ovviamente, converrà usare il temperamatite per misurare lunghezze piccole e una penna per misurare lunghezze più grandi.

Tuttavia, si comprende bene come l'utilizzo di unità di misura a discrezione di ciascuno di noi creerebbe notevole confusione e impossibilità a comunicare i risultati in modo oggettivo.

Per questo, è stato stabilito un sistema di unità standard, comune a quasi tutti gli Stati. È il ***Sistema Internazionale di Unità di Misura***, sintetizzato nella seguente tabella.

Grandezza fisica	**Unità di misura**	**Simbolo dell'unità**
lunghezza	metro	m
tempo	secondo	s
massa	kilogrammo	kg
temperatura	kelvin	K
intensità di corrente	ampere	A

Le ***grandezze fondamentali*** del Sistema Internazionale sono sette. Nella tabella sono state omesse *l'intensità luminosa* e la *quantità di sostanza* perché tali grandezze non sono trattate nell'ambito di questo corso. Nello studio della chimica, invece, si ha lungamente a che fare con l'unità di misura della quantità di sostanza, ovvero la *mole*.

Le definizioni attuali del *metro*, del *secondo* e del *kilogrammo* sono molto complesse. È sufficiente, tanto per avere un'idea, usare le definizioni di una volta, ovvero:

- il **metro** è la distanza tra due linee incise su una barra campione di platino-iridio depositata presso l'Ufficio internazionale dei pesi e delle misure di Sèvres, vicino Parigi;
- il **secondo** è pari alla frazione 1/86400 del giorno solare medio;
- il **kilogrammo** è la massa di un cilindro di altezza e diametro di circa 39 mm di una lega di platino-iridio depositato presso l'Ufficio internazionale dei pesi e delle misure di Sèvres, vicino Parigi.

I simboli delle unità di misura sono *minuscoli* ad eccezione di quelli che derivano da nomi propri di persona: per esempio W che sta per watt, Pa che sta per pascal, A che sta per ampere, V che sta per volt.

A partire dalle grandezze fondamentali si costruiscono le unità di misura delle altre grandezze fisiche. Per esempio, l'unità di misura del volume è il metro cubo (m^3) e l'unità di misura della densità è il kilogrammo al metro cubo (kg/m^3).

Alcune unità di misura "non" appartenenti al Sistema Internazionale continuano ad essere usate, o per motivi storici o perché alcuni Stati non hanno adottato tale Sistema, come gli USA. Ad esempio, sono ancora molto usati i *pollici*, le *miglia*, i *gradi fahrenheit*, i *bar*.

Le unità di misura possono essere precedute da *prefissi* per ottenere *multipli* e *sottomultipli*. Per esempio, aggiungendo il simbolo **k** prima del simbolo **m** si ottiene **km** cioè il ***kilometro***, che è un multiplo del metro. Altri prefissi sono riportati nella seguente tabella.

Prefisso	**Simbolo**	**Fattore**
tera	T	10^{12}
giga	G	10^{9}
mega	M	10^{6}
kilo	k	10^{3}
etto	h	10^{2}
deca	da	10^{1}
deci	d	10^{-1}
centi	c	10^{-2}
milli	m	10^{-3}
micro	μ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
pico	p	10^{-12}

La massa.

Fra le grandezze fisiche fondamentali, la massa merita un'attenzione particolare. La massa è infatti strettamente legata al concetto di *inerzia*.

La massa di un corpo è la sua *tendenza a resistere ai cambiamenti di velocità*.

Si consideri, ad esempio, il carrello della spesa. Se si spinge il carrello, quando è vuoto esso accelera più facilmente di quando è pieno. Si osserva quindi che il carrello pieno ha una maggiore *tendenza a resistere ai cambiamenti di velocità*. Si dirà quindi che *la massa del carrello pieno è maggiore della massa del carrello vuoto*.

Per misurare la massa di un corpo, sfruttiamo il fatto che ogni corpo è attratto verso il centro della Terra. La bilancia sfrutta proprio questo fatto, sia essa del tipo "a bracci uguali" o del tipo "a molla".

Nello spazio, lontano dall'attrazione gravitazionale di satelliti e pianeti, sarebbe più difficile misurare la massa. Dovremmo applicare al corpo una forza di intensità nota e misurarne la conseguente accelerazione. Dal valore della forza e dell'accelerazione potremmo risalire, poi, al valore della massa. Come si vedrà con lo studio della *legge fondamentale della dinamica*, basterebbe fare il *rapporto fra la forza e l'accelerazione*.

Nell'ambito della *fisica classica*, oggetto di questo corso, *la massa è costante* in un *sistema isolato*, ovvero in un sistema che non interagisce con l'ambiente circostante. In *fisica moderna*, invece, la massa di un corpo (o di un sistema) è legata all'energia del corpo stesso attraverso la famosa equazione $\boldsymbol{E = m\,c^2}$ dove $\boldsymbol{c}$ *è la velocità della luce nel vuoto*.

L'incertezza della misura.

Ogni *misura* contiene sempre *un'incertezza* ovvero un'imprecisione.

Ciò è dovuto sia agli strumenti di misura, che hanno una sensibilità limitata, sia agli errori commessi da chi esegue la misura.

L'argomento delle misure, a mio avviso, esula un po' dall'essenza della fisica. Il lettore che dovesse trovarlo un po' ostico potrebbe anche "saltarlo" senza per questo inficiare la possibilità di apprendere gli argomenti successivi.

Sul tema della misura esiste un apposito settore della scienza, la *metrologia*. In questa sede limiteremo lo studio solo ad un brevissimo accenno.

Diamo di seguito qualche definizione.

Errori *grossolani:* sono errori dovuti solitamente alla disattenzione o poca concentrazione dell'osservatore, e sono i meno temibili, visto che si verificano meno frequentemente e sono facilmente rilevabili.

Errori *sistematici:* sono quelli dovuti generalmente a *difetti di costruzione* dello strumento adottato per la misurazione, e sono caratterizzati dall'avere tutti un *senso* o un *verso* (possono essere tutti negativi o tutti positivi). Essi sono quelli più insidiosi.

Errori *casuali o accidentali:* sono quelli dovuti a cause di varia natura e dipendono generalmente da chi effettua la misura. Essi sono sia in *difetto* che in *eccesso* e per questa ragione possono essere maggiormente trattati e fare in modo che si compensino, almeno parzialmente.

Teoria degli errori.

Nell'ambito degli *errori accidentali*, si può, come detto, provare a *compensare* (non eliminare) e a trattare gli errori stessi con metodi statistici.

Consideriamo una *serie di misure* di un intervallo di tempo effettuate con un cronometro da cinque persone diverse. Ad esempio:

$t_1 = 24,56$ s
$t_2 = 24,52$ s
$t_3 = 24,59$ s
$t_4 = 24,60$ s
$t_5 = 24,48$ s

Per tali misure, possiamo trovare:

Valore *medio*

$$\bar{t} = \frac{(24{,}56 + 24{,}52 + 24{,}59 + 24{,}60 + 24{,}48)\ s}{5} = 24{,}55\ s$$

Il *valore medio* è quello che si considera come valore *più probabile*.

Nel caso di ***n*** valori misurati, si ha:

$$\bar{t} = \frac{\sum_1^n t_i}{n} = \frac{somma\ dei\ valori\ misurati}{numero\ dei\ valori\ misurati}$$

Con:

$$\sum_{i=1}^{n} t_i = t_1 + \cdots + t_i + \cdots + t_n$$

Incertezza *assoluta* o errore *assoluto* o errore *massimo*

$$e_a = \frac{valore\ massimo\ misurato - valore\ minimo\ misurato}{2}$$

nel caso considerato:

$$e_a = \frac{24{,}60\ s - 24{,}48\ s}{2} = 0{,}06\ s$$

Quando si conosce il *valore medio* e *l'incertezza assoluta* di una serie di misure, il valore della grandezza si esprime nel seguente modo:

$$t = \bar{t} \pm e_a$$

Ovvero, nel nostro caso:

$$t = 24{,}55 \text{ m} \pm 0{,}06 \text{ m}$$

Ciò significa che il valore vero più probabile della grandezza misurata ricade nell'intervallo compreso fra:

$$t_{min} = 23{,}49 \text{ m e } t_{max} = 24{,}61\text{m}$$

Incertezza *relativa* o errore *relativo*

$$e_r = \frac{e_a}{\bar{t}}$$

nel caso considerato:

$$e_r = \frac{0{,}06\ s}{24{,}55\ s} = 0{,}002 = 0{,}2\ \%$$

Si osservi che l'errore relativo, essendo il rapporto fra due grandezze dello stesso tipo, non ha unità di misura. Un numero privo di unità di misura viene detto *numero puro* o *numero adimensionale*.

Alcuni testi riportano anche la definizione di errore percentuale, come errore relativo moltiplicato per cento. In realtà, quindi, è sempre l'errore relativo ma moltiplicato per cento, non si capisce il senso di questa ulteriore definizione.

L'errore relativo è un indice della *precisione* delle misure effettuate. Più esso è piccolo e più le misure sono precise.

Le *caratteristiche* degli strumenti di misura.

Portata: quantità *massima* misurabile dallo strumento.

Sensibilità: quantità *minima* misurabile dallo strumento.

Prontezza: velocità con la quale lo strumento effettua le misure.

Strumenti analogici e digitali.

Gli strumenti di misura *analogici* sono quegli strumenti che danno valori di misura *continui,* cioè "senza scatti". Il valore misurato viene indicato da un indice su una scala graduata.

Gli strumenti di misura *digitali* sono quegli strumenti che danno valori di misura *discreti,* cioè "a scatti". Il valore misurato si presenta sotto forma di numero e viene letto su un display.

LA DENSITÀ

Con l'uso della formula della densità, nello svolgimento degli esercizi, si può intravedere ciò di cui si occupa la fisica. La fisica "non" è l'imparare a memoria leggi e definizioni, ma comprenderne i concetti che ne sono alla base. Lo studio della fisica deve portare ad una formazione che permetta di risolvere i problemi. In altre parole, più che la mera conoscenza degli argomenti, è importante acquisire la competenza nel risolvere i problemi.

L'uso della formula della densità e delle unità di misura, delle grandezze che in essa compaiono, sono molto importanti per l'apprendimento del metodo di svolgimento dei problemi di fisica e dei problemi in generale.

Si definisce ***densità*** di un corpo il *rapporto* fra la sua *massa* e il suo *volume*.

$$\rho = \frac{m}{V}$$

dove:

ρ = densità (kg/m^3)
m = massa (kg)
V = volume (m^3)

La densità è una di quelle grandezze dette *unitarie*, perché riferita ad una unità, in questo caso all'unità di volume. Si può anche dire che *la densità è la massa per unità di volume*. In altre parole, la densità esprime quanto è *concentrata* la massa nell'unità di volume.

Tutte le grandezze definite come *rapporto* tra altre due grandezze sono *grandezze unitarie*. Altre grandezze unitarie sono la *pressione*, la *velocità*, la *potenza*, la *corrente elettrica*.

Più propriamente, la formula di sopra dà in realtà il valore della *densità media* di un corpo, valore che *coincide* con la *densità in ogni punto* solo nel caso in cui il corpo sia *omogeneo*, come ad esempio un corpo costituito soltanto di ferro o soltanto di rame.

Nel caso di un corpo *non omogeneo*, come ad esempio un panino, la densità cambia da punto a punto perché il corpo può avere delle parti più concentrate e delle parti più rarefatte.

Quella che in fisica si intende per *densità* è in realtà la *densità della massa*. In altri ambiti, si possono avere anche altri tipi di densità, come ad esempio la *densità di popolazione*, che esprime la popolazione su una *superficie unitaria*, in genere un kilometro quadrato. Oppure, ad esempio, i globuli bianchi nel sangue. Anche la loro concentrazione è una densità. Essi, infatti, sono espressi in numero per microlitro (mL). I valori normali di globuli bianchi nel sangue sono compresi fra 4.000 globuli/mL e 11.000 globuli/mL.

La densità è una *caratteristica* delle sostanze e dei materiali che si presentano in natura in maniera omogenea. Quando una grandezza è *caratteristica* di una sostanza o di un materiale, si può costruire una tabella, come, nel caso della densità, la seguente:

Materiale, Sostanza	**Densità (kg/m^3)**
Aria (al livello del mare)	1,29
Ghiaccio	917
Olio d'oliva	920
Acqua	1.000
Calcestruzzo	2.400
Ferro	7.800
Rame	8.960
Argento	10.500
Mercurio	13.600
Oro	19.300
Platino	21.500

Come vedremo in seguito, ci sono altre grandezze che sono *caratteristiche* delle sostanze e che pertanto sono tabellate. Alcune sono: il *modulo di elasticità*, il *calore specifico*, il *coefficiente di dilatazione termica*, il *calore latente*, la *conducibilità termica*, la *costante dielettrica*.

Il *coefficiente di attrito*, invece, è caratteristico di *due materiali*, a contatto fra loro.

Esercizio

Determinare la massa dell'olio contenuto in una bottiglia piena e avente la capacità di un litro.

Svolgimento

La *densità dell'olio* si ottiene consultando la tabella.

Sappiamo inoltre che:

$$\mathbf{1\ L = 1\ dm^3 = 10^{-3}\ m^3 = 0{,}001\ m^3}$$

Abbiamo quindi i seguenti **dati**:

$$\rho_{olio} = 920\ kg/m^3$$

$$V = 0{,}001\ m^3$$

Dalla formula della densità si ottiene:

$$\mathbf{m = \rho\ V}$$

Sostituendo i valori, si ha:

$$m = 920\ (kg/m^3)\ 0{,}001\ m^3 = 0{,}920\ kg = 920\ g$$

Approfondimento – La densità come funzione *continua* di un corpo *continuo*.

Si è accennato al fatto che la densità definita dalla formula

$$\rho = \frac{m}{V}$$

è una *densità media* del corpo.

Fin quando il corpo è *omogeneo* essa descrive fedelmente la *concentrazione* della massa del corpo in quanto la massa è *uniformemente distribuita*. Se, però, il corpo *non* è omogeneo, la formula precedente fornisce soltanto un'indicazione di massima ed è tanto più attendibile *quanto più piccola* è la porzione di volume del corpo considerato.

Nel caso, ad esempio, di un blocco di calcestruzzo o di un materiale costituito in parte di acciaio e in parte di legno, la formula di sopra vale solo a livello macroscopico.

Si pensi, inoltre, alla *densità di popolazione* all'interno di un comune. Nell'ambito della superficie comunale, ci sono *aree più abitate* ed *aree meno abitate* e la densità è solo una media sull'intera superficie. Se prendiamo, ad esempio, il centro di Milano, la densità di popolazione si aggira intorno gli 11.000 abitanti/km^2 mentre sull'intero territorio comunale la densità è di 7.700 abitanti/km^2.

La *densità*, quindi, in generale *varia da punto a punto* di un determinato corpo. E tale variazione avviene con *continuità*. La *densità*, in un dato *punto* di un materiale o di una sostanza, può essere definita come:

$$\rho = \frac{dm}{dV}$$

dove:

ρ = densità intorno al punto considerato (kg/m^3)
dm = massa del volume infinitesimo intorno al punto (kg)
dV = volume infinitesimo intorno al punto (m^3)

Per *volume infinitesimo* s'intende un elemento di volume talmente piccolo da *tendere a zero*.

Un *corpo continuo* è anche *omogeneo* se ha la densità *costante* all'interno del suo *volume*, cioè se, in ogni suo punto, si ha:

$$\rho = \frac{dm}{dV} = \frac{m}{V}$$

dove:

m = massa del corpo
V = volume del corpo

STATICA

LE FORZE E I VETTORI

Un *vettore* è un ente (un oggetto matematico) caratterizzato da *tre elementi: intensità, direzione e verso*.

L'intensità è il valore numerico del vettore. La *direzione* è la retta su cui giace il vettore. Il *verso* è ciascuno dei due modi in cui il vettore può essere *orientato*.

L'intensità di un vettore è detta anche *modulo*. E, per una data direzione, i versi possibili sono due, l'uno *opposto* all'altro.

In fisica ci sono alcune grandezze che, per essere caratterizzate completamente, necessitano dell'uso dei vettori. Tali grandezze sono dette *grandezze vettoriali*. Una di queste grandezze è la *forza*, oggetto di questo capitolo. Altre grandezze sono, fra le altre, lo spostamento, la velocità, l'accelerazione, il campo elettrico e il campo magnetico.

Le grandezze fisiche per le quali, invece, basta il solo *valore* a caratterizzarle sono dette *grandezze scalari*. Sono *scalari*, ad esempio, le seguenti grandezze: il tempo, la lunghezza, il volume, la massa, la densità, la temperatura, la pressione, l'energia.

Una *forza* è un'azione che, agendo su un oggetto libero di muoversi, provoca un *cambiamento di velocità* dell'oggetto stesso.

Per esempio, se si lancia una palla con una mano, si applica una forza perché la palla acquista velocità, cioè cambia la sua velocità. Analogamente, se un portiere di calcio ferma la palla prima del goal, applica una forza perché rallenta la palla, cioè cambia la sua velocità.

Se invece l'oggetto è *vincolato*, cioè impossibilitato a muoversi, la forza provoca una *deformazione* dell'oggetto e contemporaneamente una *reazione* del vincolo, che si oppone ad essa con la *stessa intensità*.

Per esempio, se si spinge su un muro con una mano il muro reagisce spingendo verso la mano. Le due forze, azione e reazione, sono *uguali*.

L'unità di misura della forza è il *newton* (N). Esso deriva da altre unità di misura:

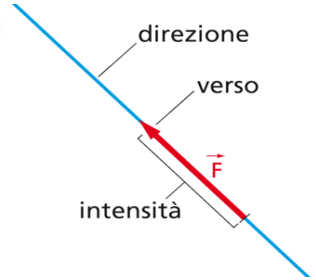
$$1\ \text{N} = 1\ \text{kg} \cdot 1\ \text{m/s}^2$$

I vettori vengono generalmente indicati con una *freccetta* sulla lettera usata per descrivere la grandezza fisica che rappresentano. Ad esempio:

$$\vec{F} = forza$$
$$\vec{s} = spostamento$$
$$\vec{v} = velocità$$
$$\vec{a} = accelerazione$$

Se sulla lettera che descrive un vettore manca la freccetta, allora s'intende soltanto il *modulo* del vettore. Talvolta i vettori vengono anche indicati semplicemente con una lettera scritta in **grassetto**.

Le forze, ovvero i vettori in generale, si rappresentano graficamente con delle *frecce*.

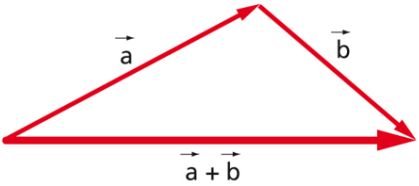


La *somma* delle forze.

Di seguito, verranno considerati soltanto *sistemi piani* di vettori, ovvero più vettori che *giacciono nello stesso piano*. Nel caso di due soli vettori, ciò è sempre vero, nel senso che due vettori non possono che trovarsi nello stesso piano. Nel caso di tre o più vettori, invece, essi potrebbero trovarsi disposti liberamente nello spazio tridimensionale.

Per i vettori, il simbolo "+" viene ad acquisire un significato diverso da quello che esso possiede nell'ordinaria algebra. Esso comporta l'attuazione di una diversa serie di operazioni.

Con il ***metodo punta-coda*** la *somma* di due vettori è effettuata graficamente disponendo i vettori uno di seguito all'altro, in modo che la punta del primo vettore coincida con la coda del secondo vettore. Il vettore somma, detto ***risultante***, si ottiene congiungendo il punto di applicazione del primo vettore con la punta del secondo vettore:



Tale metodo può essere usato anche per sommare *più di due vettori*, appartenenti allo stesso piano, semplicemente disponendoli uno di seguito all'altro. La *somma di due o più vettori* viene detta ***risultante***.

Nel caso generale, di un sistema piano di ***n*** forze, possiamo scrivere:

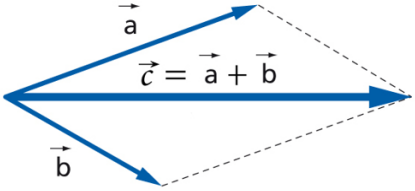
$$\vec{R} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$$

dove:

$\vec{R}$ = risultante;

$\vec{F}_i$ = forza i-esima.

Con il ***metodo del parallelogramma*** la *somma* di due vettori è effettuata disponendo i vettori nello stesso punto di applicazione e successivamente tracciando le parallele a ciascun vettore, passanti per la punta dell'altro vettore. Il vettore somma si ottiene congiungendo il punto di applicazione dei due vettori con il punto d'intersezione delle due parallele:



Se i vettori da sommare formano fra di loro un *angolo retto*, il modulo della risultante può essere ottenuto anche analiticamente (oltre che graficamente) applicando il *teorema di Pitagora*:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Per sommare *più di due vettori*, disposti nello stesso piano, bisogna applicare ripetutamente la regola del parallelogramma.

L'addizione vettoriale, come *l'addizione scalare*, gode della *proprietà commutativa* e della *proprietà associativa*, cioè valgono le seguenti:

a + b = b + a

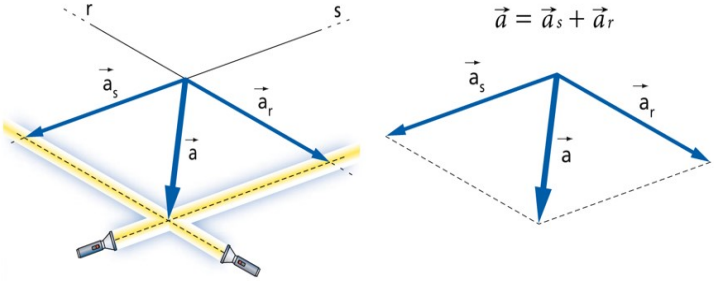
(a + b) + c = a + (b + c)

Scomposizione di un vettore secondo *due* direzioni assegnate.

Scomporre un vettore significa trovare i due vettori che sommati danno il vettore stesso. Esistono infinite direzioni secondo le quali può essere scomposto un vettore ed esistono quindi infinite coppie di vettori che ne danno la somma. Se però sono assegnate due direzioni secondo le quali scomporre il vettore, i vettori componenti sono individuati univocamente. In tal caso, infatti, esistono due soli vettori che sommati danno il vettore originario.

La *scomposizione di un vettore secondo due direzioni assegnate* si esegue nel seguente modo. Si tracciano le parallele alle direzioni assegnate, passanti per la punta del vettore da scomporre. I vettori *componenti* si ottengono congiungendo il punto di applicazione del vettore da

scomporre con i punti d'intersezione fra le parallele tracciate e le direzioni assegnate.



LA FORZA-PESO

Quando pensiamo ad una forza, spesso pensiamo al *contatto* con l'oggetto al quale essa è applicata. Per esempio, la corda di un arco che applica la forza alla freccia, una racchetta da tennis che applica la forza alla palla che rimbalza, una corda che traina una carrozza sotto l'azione di un cavallo, le mani che spingono il carrello della spesa.

Esistono però anche alcune forze che, per manifestarsi, "non" hanno bisogno di un contatto con l'oggetto al quale esse sono applicate. Queste forze non toccano l'oggetto ed agiscono *a distanza*. Esse sono la *forza elettrica*, la *forza magnetica* e la *forza di attrazione gravitazionale*. La Terra e la Luna si attraggono a vicenda, senza toccarsi.

Tutte le masse si attraggono fra loro, siano esse piccole o grandi. Tutti i satelliti, i pianeti e il Sole si attraggono fra loro in un perfetto equilibrio. Essi non implodono in un unico corpo solo perché si muovono. Tenderebbero ad andare in *moto rettilineo uniforme* ma la gravitazione fa sì che ruotino. La luna non "cade" sulla Terra perché si muove e vorrebbe proseguire il suo moto su una *traiettoria rettilinea*. L'attrazione con la Terra fa deviare la sua traiettoria "costringendola" a ruotare intorno alla Terra. In realtà, anche il moto della Terra è "disturbato" a sua volta dalla presenza della Luna. Più precisamente, Terra e Luna ruotano entrambe intorno al loro *centro di massa*. Essendo però la massa della Terra molto più grande di quella della Luna, la rotazione della Terra, relativamente alla Luna, è impercettibile. Ovviamente, poi, sia Terra che Luna sono influenzate nel loro moto da tutti gli altri pianeti e dal Sole. Essendo però quest'ultimo di massa prevalente, si studia il moto della Terra intorno al Sole. Tale moto è l'unico rilevabile macroscopicamente. Si pensi che nel Sole è concentrata la massa del 99% dell'intero *Sistema Solare* e che una *massa solare* equivale a 333.000 *masse terrestri*.

La *forza-peso* di un corpo è la *forza di attrazione* fra la Terra (o un altro corpo celeste) e il corpo stesso.

La forza-peso è una forza *a distanza*. Il suo *verso* è orientato verso il centro della Terra. La sua *direzione* passa per i centri di massa del corpo e della Terra. La sua *intensità* è direttamente proporzionale alla massa del corpo.

La forza-peso varia leggermente a seconda se ci si trovi all'equatore o ai poli, al livello del mare, sul Monte Bianco o su un aereo a 10.000 m di quota. Ciò accade perché varia la distanza dal centro della Terra, la forza peso, infatti, è una conseguenza della forza di attrazione fra due masse, forza che varia con l'inverso del quadrato della distanza. Tuttavia, non si commette un errore apprezzabile se si considera la forza-peso *costante* su tutta la superficie terrestre. Inoltre, ogni pianeta (o satellite di massa rilevante) ha la sua forza-peso. La forza-peso sulla Luna è pari ad un sesto della forza-peso sulla Terra.

La forza-peso può anche essere semplicemente chiamata ***peso***.

Fra il modulo del *peso* e la *massa* esiste la seguente relazione:

$$\mathbf{P = m\ g}$$

dove:

P = intensità della forza-peso (N)
m = massa (kg)
g = accelerazione di gravità (N/kg)

L'accelerazione di gravità è una ***costante*** che sulla Terra vale 9,8 N/kg ovvero:

$$\mathbf{g = 9{,}8\ N/kg}$$

Dal suddetto valore si deduce che la forza-peso pari ad 1 N è quella che corrisponde ad una massa di 102 g

Infatti, essendo **m = P/g**, si ha:

$$m = \frac{P}{g} = \frac{1\ N}{9{,}8\frac{N}{kg}} = 0{,}102\ kg = 102\ g$$

Infine, per ogni oggetto esiste un punto in cui si può immaginare *concentrato* tutto il suo peso. Tale punto viene chiamato ***baricentro***. Pur essendo la forza-peso *distribuita* su tutto l'oggetto, spesso si considera *concentrata* ed applicata nel suo baricentro. Ciò semplifica notevolmente i calcoli, portando nello stesso tempo a risultati corretti e coerenti. Gli ingegneri che progettano le *strutture resistenti* hanno molto a che fare con il peso dei corpi in quanto esso è uno dei carichi principali che le sollecitano.

LA FORZA DI ATTRITO RADENTE

Consideriamo un corpo appoggiato su un piano orizzontale, come ad esempio un armadio. La superficie di base del corpo, per via del suo peso, è *premuta* su un'altra superficie, quella del pavimento. Fra le due superfici si instaura un legame che si *oppone* al movimento orizzontale del corpo. Se si prova a spingere il corpo, fra le *due superfici a contatto* si crea una forza *contraria* alla spinta. Tale forza è dovuta *all'attrito*. L'attrito è dovuto alle irregolarità, anche microscopiche, delle superfici in contatto fra loro.

Man mano che si *aumenta* la forza che spinge il corpo, il valore della forza di attrito, che nasce fra le superfici in contatto, è sempre *uguale* al valore della forza applicata, fino a quando viene raggiunta la forza di attrito statico *massima*. L'attrito che tiene fermo il corpo viene detto *statico*. Continuando poi ad aumentare ancora la forza esterna applicata al corpo, il corpo incomincerà a muoversi accelerando. E l'attrito, che si oppone al movimento del *corpo strisciante*, viene detto *dinamico*. La *forza massima di attrito statico* è talvolta detta *forza di primo distacco*. Nel momento in cui il corpo comincia a muoversi, quindi, l'attrito statico *diventa* attrito dinamico. Tale differenza è importante perché la *forza di attrito dinamico* è *minore* della *massima forza di attrito statico*.

La *forza di attrito* è *parallela* alle superfici in contatto fra loro. Il *verso della forza di attrito* tende sempre ad *impedire il movimento* cioè se la forza esterna spinge verso destra la forza di attrito è diretta verso sinistra e viceversa. In generale, l'intensità della forza di attrito *non dipende* dall'area di contatto fra le superfici.

La *forza massima di attrito statico* è data dalla seguente formula:

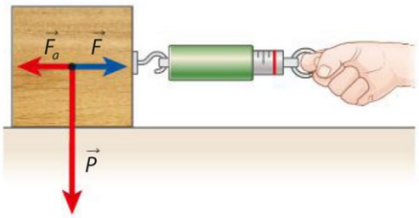
$$F_{s,\,max} = \mu_s \cdot F_\perp$$

dove:

$F_{s,\,max}$ = intensità della forza *massima* di attrito radente *statico* (N)

μ_s = coefficiente di attrito *statico* (adimensionale)

$F_\perp$ = intensità della forza *premente*, perpendicolare al piano (N)



Il *coefficiente di attrito statico* dipende dal tipo e dalle condizioni delle *superfici a contatto*. Esso, quindi, è una *caratteristica* delle superfici a contatto. Il coefficiente di attrito *non* ha unità di misura.

Il *coefficiente di attrito* rappresenta il *rapporto* fra le intensità della *forza di attrito* F_a e della *forza premente* F_p ovvero:

$$\mu = \frac{F_a}{F_p}$$

Quando il piano di appoggio è *orizzontale* (come in figura), la forza premente $\mathbf{F}_\perp$ *coincide* con il peso **P**. Se invece il piano è *inclinato* la forza premente è *minore* del peso, come si vedrà in seguito.

Si osservi che la formula della forza di attrito è una relazione fra i *moduli* delle forze. Le forze, i cui moduli compaiono in essa, *non sono parallele* ma *perpendicolari*.

La forza di attrito *statico*, come visto, *non ha un valore predefinito* ma può variare fra 0 e il suo *valore massimo*, cioè:

$$\mathbf{0 \leq F_s \leq F_{s,\,max}}$$

La forza di attrito *dinamico* è invece la forza di attrito che agisce su un corpo che si muove *strisciando* sulla superficie di appoggio. La forza di attrito dinamico è *indipendente dalla velocità di strisciamento*.

La *forza di attrito dinamico* è data dalla seguente formula:

$$\mathbf{F_d = \mu_d \cdot F_\perp}$$

dove:

F_d = intensità della forza di attrito radente *dinamico* (N)

μ_d = coefficiente di attrito *dinamico* (adimensionale)

$F_\perp$ = intensità della forza *premente*, perpendicolare al piano (N)

Anche il coefficiente di attrito dinamico dipende dalla natura e dalle condizioni delle superfici a contatto ed è una caratteristica delle superfici a contatto.

Il coefficiente di attrito *dinamico* è sempre *minore* del coefficiente di attrito *statico*.

Ciò significa che se si vuole spostare un oggetto facendolo strisciare, la forza da applicare all'inizio, quando è ancora fermo, è maggiore della forza necessaria per tenerlo in movimento. Ciò, in realtà, è dovuto anche al fatto che all'inizio bisogna fornire al corpo un'accelerazione, ovvero un *cambiamento di velocità*.

Il fatto che l'attrito dinamico sia *minore* dell'attrito statico è anche il motivo per il quale è stato creato il sistema antibloccaggio (ABS) delle ruote delle automobili. Tale sistema evita il bloccaggio delle ruote e quindi lo slittamento in frenata, rimanendo così nell'ambito dell'attrito statico.

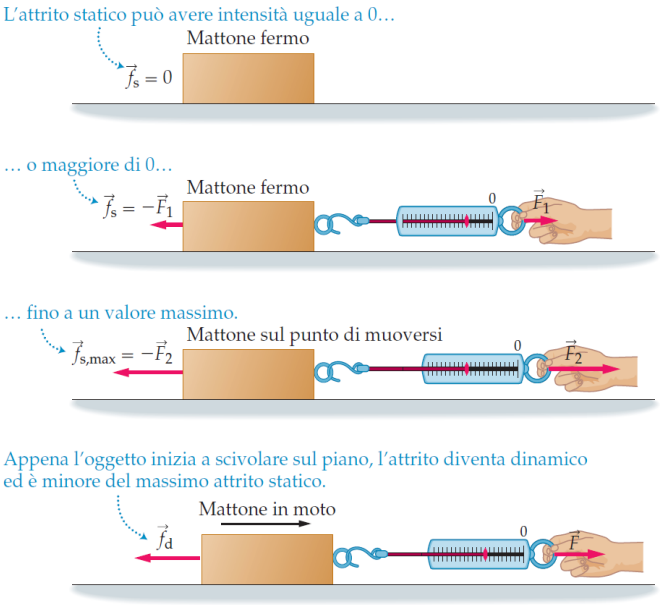
Di seguito sono riportati alcuni valori tipici dei ***coefficienti di attrito radente***.

Superfici a contatto	μ_s	μ_d
Legno – Legno	0,4	0,2
Acciaio – Acciaio	0,75	0,55
Gomma – Asfalto ***asciutto***	1,0	0,8
Gomma – Asfalto ***bagnato***	0,7	0,6

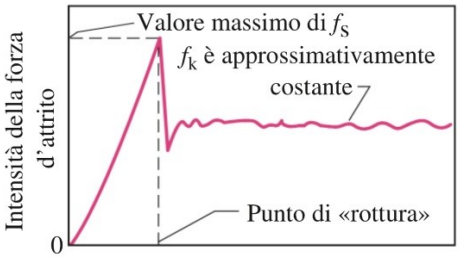
Si osservi che, generalmente:

$$\mathbf{0 \leq \mu_d < \mu_s \leq 1}$$

La seguente figura, tratta dal *Walker, edizione Pearson*, è molto eloquente e sintetizza bene la forza di attrito radente, statico e dinamico.



La seguente figura, invece, sintetizza l'andamento del *valore della forza di attrito* all'aumentare della forza agente sul corpo, man mano che essa aumenta nel tempo. La figura è tratta da *Halliday-Resnick, Fisica, Casa Editrice Ambrosiana*. Si osservi il *salto* che si ha nel passaggio *dall'attrito statico* f_s *all'attrito dinamico* f_k .



Esercizio

Una scrivania ha il peso di peso 490 N. Il coefficiente di attrito *statico* fra la scrivania e il pavimento è 0,40 mentre il coefficiente di attrito *dinamico* è 0,30.

Quale forza *minima* da applicare per far muovere la scrivania?

Qual è l'intensità della risultante delle forze sulla scrivania se viene applicata ad essa una forza orizzontale di 200 N?

Si supponga, poi, che sulla scrivania vengano appoggiati dei libri, di massa complessiva 10 kg.

Qual è, in quest'ultimo caso, l'intensità della risultante delle forze sulla scrivania se viene applicata la stessa forza di 200 N?

Svolgimento

La forza *premente* sul pavimento *coincide* con il *peso* della scrivania, ovvero: $F_{\perp} \equiv P$

La forza *minima* da applicare è la cosiddetta *forza di primo distacco*.

$$F_{s,\,max} = \mu_s \cdot F_{\perp}$$

Sostituendo i valori, si ha:

$$F_{s,\,max} = 0{,}40 \times 490\ \text{N} = 196\ \text{N}$$

Siccome la forza di attrito ha sempre *verso opposto* alla forza che tende a far muovere un corpo, *l'intensità della risultante* vale:

$$F_r = 200\ \text{N} - 196\ \text{N} = 4\ \text{N}$$

La forza risultante è *diversa da zero* ed è quindi in grado di far muovere la scrivania. Appena la scrivania inizia a muoversi, la forza di attrito *diminuisce* perché si passa all'attrito dinamico, che è di intensità:

$$F_d = \mu_d \cdot F_{\perp}$$

Sostituendo i valori, si ha:

$$F_d = 0{,}30 \times 490\ N = 147\ N$$

Mentre la scrivania si muove, l'intensità della forza risultante è:

$$Fr = 200\ N - 147\ N = 53\ N$$

Il peso dei libri, successivamente appoggiati sulla scrivania, è:

$$P = m\ g = 10\ kg\ 9{,}8\ N/kg = 98\ N$$

La forza premente, in quest'ultimo caso, è quella coincidente con il peso totale, cioè: 490 N + 98 N = 588 N

Con i libri appoggiati, la forza di attrito statico massima, ovvero la forza di attrito al distacco, vale:

$$F_{s,\,max} = 0{,}40 \times 588\ N = 235\ N$$

La forza applicata, di 200 N, in questo caso, non riesce a vincere la forza di attrito statico *massima*. La forza di attrito statico, quindi, sarà anch'essa di 200 N e, pertanto, *l'intensità della risultante pari a zero*. Con i libri appoggiati, la scrivania non si muove.

LA FORZA ELASTICA E LA LEGGE DI HOOKE

Quando viene applicata una forza ad un corpo *vincolato*, cioè che non si può muovere, il corpo reagisce con una forza della *stessa intensità ma di verso contrario*. Nello stesso tempo, il corpo subisce una *deformazione*. Quando si smette di applicare la forza, il corpo non reagisce più e riacquista parzialmente la forma iniziale. In natura esistono alcuni corpi che tornano *completamente* nella forma iniziale, tali corpi vengono detti *elastici*.

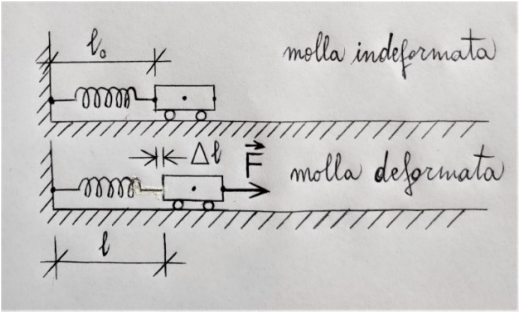
L'elasticità è quella proprietà dei corpi di deformarsi, sotto l'azione di determinate sollecitazioni, e di riacquistare la forma iniziale al cessare delle sollecitazioni. In natura esistono alcuni materiali, detti *elastici-lineari*, per i quali (entro certi limiti) la *deformazione* è *direttamente proporzionale* alla *forza* cui essi sono sottoposti. Tali materiali soddisfano la ***legge di Hooke***, ovvero la seguente:

$$F = k \cdot \Delta l$$

dove:

F = intensità della forza applicata (N)
k = costante elastica (N/m)
Δl = variazione di lunghezza (m)

Si consideri un carrello attaccato ad una ***molla***, come nel seguente disegno.



Ad ogni intensità della forza applicata corrisponde un diverso allungamento della molla. Man mano che viene aumentata la forza aumenta

anche lo *spostamento dell'estremo libero della molla* dalla *posizione iniziale di equilibrio*.

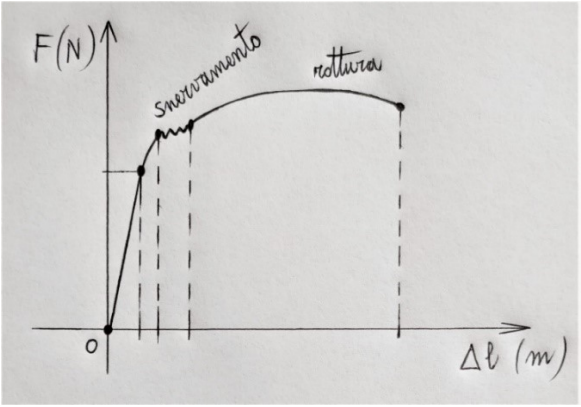
Pe la legge di Hooke, al variare dell'intensità *F* della forza applicata alla molla, l'allungamento Δl varia in maniera *direttamente proporzionale*.

La costante di proporzionalità k, cioè la *costante elastica*, dipende sia dalla *natura del materiale* di cui è composta la struttura sollecitata sia dalla *geometria* della struttura stessa. Nel caso di una *molla*, ad esempio, k dipende sia dal *materiale* di cui essa è costituita (ad esempio, acciaio) sia dalla *lunghezza* e *dall'area trasversale* della molla stessa. In particolare, k aumenta all'aumentare dell'area trasversale e diminuisce all'aumentare della lunghezza. k è una *forza per unità di lunghezza*, essa infatti è data dal *rapporto* fra la forza applicata ed il corrispondente allungamento (o accorciamento), cioè:

$$k = \frac{F}{\Delta l}$$

La *legge di Hooke* dice che la forza è direttamente proporzionale alla deformazione (allungamento o accorciamento).

La seguente figura mostra graficamente, nel tratto iniziale, la *relazione di proporzionalità diretta* fra forza e deformazione (spostamento dalla posizione di equilibrio).



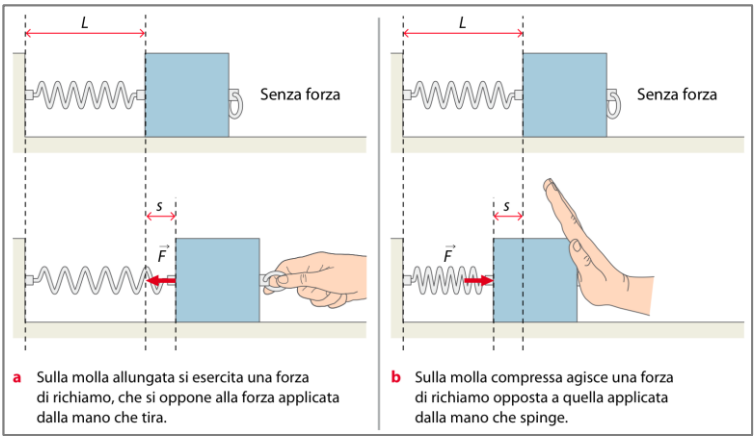
Si osservi che k rappresenta la *pendenza* della retta $F = k \cdot \Delta l$

Il *comportamento elastico* dei materiali si ha fino ad un cero limite, detto appunto *limite di elasticità*. Quando viene superato il limite di elasticità, il materiale *non ritorna* più nella forma iniziale e le deformazioni diventano *permanenti*. Superato il limite di elasticità, si entra nel *comportamento plastico* del materiale. Esistono poi materiali *duttili* e materiali *fragili*. I primi hanno una buona resistenza anche in ambito plastico mentre i secondi arrivano subito alla rottura.

Quando un materiale duttile inizia a deformarsi plasticamente inizia il fenomeno del cosiddetto *snervamento*. Aumentando ulteriormente la sollecitazione del materiale si raggiunge la rottura dello stesso.

Un materiale *elastico* e *duttile* per eccellenza è *l'acciaio*.

Ritornando alla legge di Hooke, per meglio comprenderla, si consideri una molla sollecitata longitudinalmente, come nella seguente figura.



a Sulla molla allungata si esercita una forza di richiamo, che si oppone alla forza applicata dalla mano che tira.

b Sulla molla compressa agisce una forza di richiamo opposta a quella applicata dalla mano che spinge.

Si osservi che la forza rappresentata in figura è la *forza elastica* ovvero la *reazione* della molla. Essa nasce nel momento in cui la molla è sollecitata e *si oppone* alla sollecitazione esterna. Per il fatto che *la forza elastica si oppone alla forza esterna*, essa è anche detta *forza di richiamo*. Per sottolineare questo fatto, talvolta la legge di Hooke è formulata sulla base della forza elastica e, in essa, viene aggiunto un segno *meno*. In questo modo, quando lo spostamento dalla posizione di equilibrio

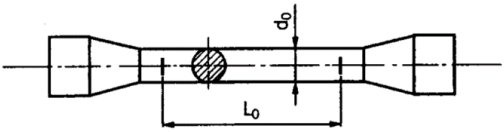
(dell'estremo libero della molla) è positivo (verso destra) la forza elastica risulta negativa (verso sinistra) e, al contrario, quando lo spostamento è negativo (verso sinistra) la forza elastica risulta positiva (verso destra). La formulazione di sopra è ugualmente corretta perché considera la *forza esterna applicata*, ovvero, nel caso della figura, la forza della mano. Quando l'estremo libero della molla è *in equilibrio*, infatti, la forza esterna applicata alla molla e la forza elastica (reazione della molla) hanno la *stessa intensità*, anche se verso opposto. Cioè:

$$\mathbf{F = - F_e}$$

Gli ingegneri che si occupano di *costruzioni* e di *resistenza dei materiali* hanno molto a che fare con la legge di Hooke.

Approfondimento – La legge di Hooke per una barra di acciaio.

Si consideri una **barra di acciaio** di *lunghezza iniziale* $\boldsymbol{l_0}$ ed *area della sezione trasversale* $\boldsymbol{A}$ come nella seguente figura.



Se la barra viene sottoposta a trazione mediante un carico assiale F, essa risulta sollecitata dalla seguente *tensione unitaria*:

$$\boldsymbol{\sigma = \frac{F}{A}}$$

dove:

σ = tensione unitaria di trazione (N/m^2)
F = forza di trazione assiale (N)
A = area della superficie resistente (m^2)

A causa dello sforzo cui è sottoposta, la barra si allunga ed ha la seguente *deformazione unitaria*:

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$

dove:

ε = deformazione unitaria (adimensionale)
Δl = variazione di lunghezza (m)
l_0 = lunghezza *iniziale* della barra (m)

Se si aumenta la forza F, si osserva che aumenta anche la lunghezza l ovvero l'allungamento Δl. Fino al limite di elasticità, *F e Δl sono direttamente proporzionali*, ovvero seguono la ***legge di Hooke***:

$$F = k \cdot \Delta l \qquad (1)$$

Sperimentalmente si osserva che anche ***σ e ε sono direttamente proporzionali***, ovvero:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \qquad (2)$$

La *costante di proporzionalità E* si chiama ***modulo di elasticità***.

La precedente espressione, sostituendo le definizioni di *tensione* e di *deformazione*, può essere anche scritta come:

$$\frac{F}{A} = E\frac{\Delta l}{l_0}$$

Il ***modulo di elasticità E*** (detto anche ***modulo di Young***) è il rapporto fra la tensione unitaria σ a cui è sottoposto un materiale e la conseguente deformazione unitaria ε. Esso è una *caratteristica* del materiale. La sua unità di misura è la stessa della tensione, cioè N/m^2.

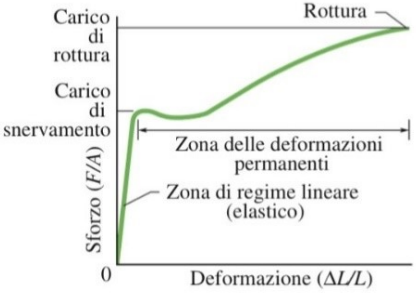
Il modulo di elasticità si trova nei manuali, tabellato in funzione dei vari materiali esistenti.

Le equazioni (1) e (2) sono due espressioni *equivalenti* della legge di Hooke. La seconda espressione viene usata nell'ambito della scienza delle costruzioni ed è molto familiare agli ingegneri. Si osserva che, in virtù di tale equivalenza, deve risultare:

$$k = E\frac{A}{l_0}$$

Sostituendo, infatti, tale espressione al posto di k nella equazione (1) si ottiene facilmente la (2). D'altra parte, tale espressione è in linea con la logica della fisica. Si riconosce che una barra, a parità di materiale, sarà tanto più rigida quanto più è grande la sua area trasversale e tanto più deformabile (tanto meno rigida) quanto più è grande la sua lunghezza.

Nella seguente figura, tratta da *Halliday-Resnick, Fisica, Casa Editrice Ambrosiana*, è riportato il *grafico tensioni-deformazioni*. La tensione è detta talvolta anche *sforzo*.

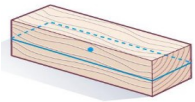


La legge di Hooke vale soltanto nel *tratto iniziale*, fino al *limite di elasticità*. Superato il limite di elasticità la barra di acciaio si snerva e rimane deformata in modo permanente.

IL CENTRO DI MASSA E IL CENTRO DI GRAVITÀ

Il *centro di massa*.

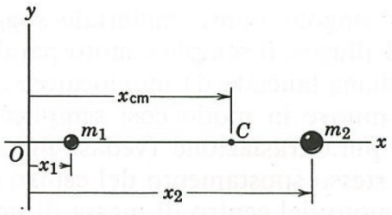
Ogni corpo ha un *punto in cui si può immaginare concentrata tutta la sua massa*. Tale punto è detto *centro di massa*. Nel caso di corpi *omogenei*, cioè con *densità uniforme*, che presentano *assi di simmetria*, il *centro di massa* coincide con *l'intersezione di due assi di simmetria*. Un mattone a forma di parallelepipedo, ad esempio, ha il centro di massa coincidente con il centro del parallelepipedo stesso.



Nel caso, invece, di *un solo asse* di simmetria il centro di massa ricade su tale asse ma la sua posizione precisa deve essere calcolata.

I *corpi estesi* hanno la massa *distribuita con continuità* al loro interno. La ricerca della *posizione* del centro di massa dei *corpi continui* richiede l'uso del *calcolo integrale*.

Per i *sistemi di particelle*, invece, la massa *non* è distribuita in modo *continuo* ma è *concentrata* nelle particelle stesse. Si consideri dapprima il caso semplice, come quello in figura, di un sistema formato da *due particelle* di massa m_1 e m_2 distanti rispettivamente x_1 e x_2 da una certa origine O.



Il *centro di massa* del sistema ha la seguente *proprietà*: il prodotto della massa totale ($m_1 + m_2$) del sistema per la distanza del centro di massa

dall'origine è uguale alla somma dei prodotti della massa di ciascuna particella per la rispettiva distanza dall'origine, cioè:

$$(m_1 + m_2)\, x_{cm} = m_1\, x_1 + m_2\, x_2$$

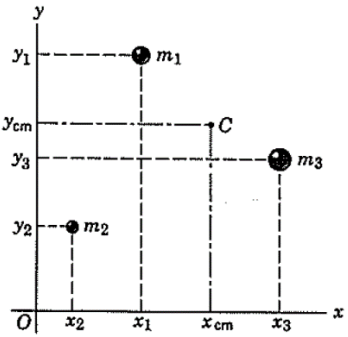
La posizione del *centro di massa* C è quindi data da:

$$x_{cm} = \frac{m_1\, x_1 + m_2\, x_2}{m_1 + m_2}$$

Si osserva che la distanza del centro di massa è la *media pesata* delle distanze delle particelle. Il *peso* delle distanze delle particelle è costituito dalle relative masse. In caso di masse *uguali*, si avrebbe:

$$x_{cm} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

Si supponga ora di avere *tre* particelle *non* disposte su una retta; esse saranno contenute in un *piano*, come nella seguente figura.



In tal caso, il *centro di massa* C è individuato dalle *coordinate* x_{cm} e y_{cm} :

$$x_{cm} = \frac{m_1\, x_1 + m_2\, x_2 + m_3\, x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$y_{cm} = \frac{m_1\, y_1 + m_2\, y_2 + m_3\, y_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

Si può estendere la definizione di *centro di massa* al caso generale di *n* particelle *distribuite nello spazio*.

$$x_{cm} = \frac{\sum m_i \, x_i}{\sum m_i}$$

$$y_{cm} = \frac{\sum m_i \, y_i}{\sum m_i}$$

$$z_{cm} = \frac{\sum m_i \, z_i}{\sum m_i}$$

dove il simbolo Σ indica un'operazione di somma sulle *n* particelle.

La posizione del centro di massa è *indipendente* dal *sistema di coordinate* usato.

Approfondimento – Il centro di massa di un corpo *continuo*.

Un *corpo esteso* è una *distribuzione continua* di massa e può essere considerato come un *sistema di particelle* costituito da un numero *infinito* di masse *infinitesime* dm. Le coordinate del *centro di massa* di un *corpo continuo* sono:

$$x_{cm} = \frac{\int x \, dm}{M}$$

$$y_{cm} = \frac{\int y \, dm}{M}$$

$$z_{cm} = \frac{\int z \, dm}{M}$$

dove:

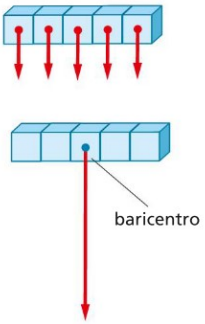
x_{cm}, y_{cm}, z_{cm} = coordinate del *centro di massa*
x, y, z = coordinate della *massa infinitesima dm*
$M = \int dm$ = massa del corpo

Come si vede, per un *corpo continuo* la *sommatoria* è sostituita *dall'integrale*.

Il *centro di gravità*.

La *forza di gravità* di un corpo, ovvero il suo *peso*, è una forza *distribuita* su tutto il volume del corpo.

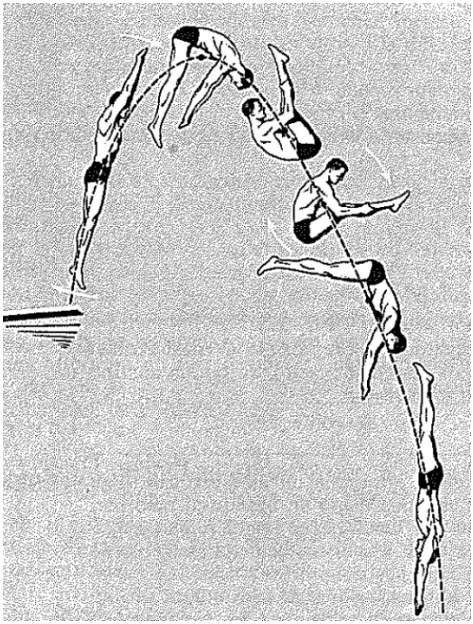
Il ***centro di gravità*** di un corpo è il punto in cui si immagina *concentrata* la *forza di gravità* del corpo stesso. Il *centro di gravità* è anche chiamato *baricentro* (ovvero *centro dei pesi*).



Se un corpo presenta degli *assi di simmetria* ed è omogeneo, il suo *baricentro* coincide con *l'intersezione* di tali assi.

Nell'ipotesi di campo gravitazionale *uniforme*, il *centro di gravità* coincide con il *centro di massa*. Il campo gravitazionale terrestre può essere considerato *uniforme* senza commettere errori apprezzabili.

In fisica ci sono molti problemi che possono essere risolti considerando un corpo concentrato nel suo baricentro. Si osservi, ad esempio, nella seguente figura, la *traiettoria parabolica* del baricentro del tuffatore. Tale traiettoria è comune a tutti i *moti bidimensionali* di un corpo sotto l'azione della gravità.



Il *punto materiale* e il *corpo rigido*.

In fisica, spesso si fa uso di ***modelli***, cioè di *situazioni ideali* che, con una certa approssimazione, rappresentano *situazioni reali*. I modelli semplificano le soluzioni dei problemi. Un modello mette in risalto soltanto le caratteristiche più importanti del problema che si deve studiare. Talvolta, senza l'uso dei modelli, alcuni problemi non potrebbero essere risolti. Abbiamo già implicitamente considerato un modello, ovvero quello della *molla ideale*. Una **molla ideale** è una molla considerata *priva di massa*. Consideriamo ora altri due modelli, quello del *punto materiale* è quello del *corpo rigido*.

Un **punto materiale** è un *corpo* considerato come un *punto avente la massa del corpo stesso*. Con esso si approssimano tutti i corpi che sono *piccoli* rispetto al contesto che si considera. Ad esempio, una bicicletta può essere considerata un punto materiale se all'interno di un contesto che riguarda un'area particolarmente grande, come quella di una strada. Anche la Terra stessa può essere considerata un punto materiale, se vista all'interno di un contesto come quello del Sistema Solare. Il punto materiale, che schematizza il corpo reale, s'intende posizionato nel *centro di massa*. Talvolta il punto materiale è anche chiamato *corpo puntiforme*.

Un punto materiale, essendo privo di estensione, *non può ruotare* ma solo *traslare*. Evidentemente in natura *non esistono* punti materiali ma trattare i corpi come punti materiali semplifica enormemente molti tipi di problemi. Ad esempio, trattando il Sole e i pianeti come punti materiali, si possono ottenere molte informazioni sul loro moto senza compiere apprezzabili errori.

Un **corpo rigido** è un corpo *indeformabile*, ovvero un corpo che non si deforma neanche se sollecitato con forze molto intense. In altri termini, un corpo si definisce *rigido* quando, considerati *due suoi punti qualsiasi*, la loro distanza rimane *invariata* prima e dopo l'applicazione delle forze.

Il corpo è, invece, *deformabile* quando la distanza fra i punti *varia* al variare delle forze.

Un corpo rigido, oltre a *traslare*, può anche *ruotare*. Anche il corpo rigido è un *modello*, perché in natura non esistono corpi del tutto indeformabili. Anche una pietra, una barra di acciaio sono *deformabili*, però le deformazioni sono talmente piccole da non essere sempre rilevabili. Una barra di acciaio lunga mezzo metro ci dà l'impressione di non essere deformabile, se invece prendiamo in considerazione una barra lunga tre metri riusciamo a vederne le deformazioni. Non sempre, tuttavia, conviene usare il modello del corpo rigido. Gli ingegneri sanno bene che alcuni problemi strutturali non sono risolvibili se si considerano i corpi perfettamente rigidi. Per risolvere tali problemi strutturali, bisogna invece considerare le strutture come deformabili in modo lineare, cioè secondo la legge di Hooke.

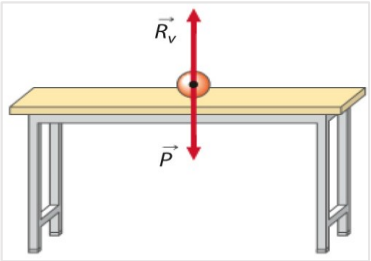
I *vincoli* e le *reazioni vincolari*.

Un **vincolo** è elemento che impedisce un movimento. Un movimento può essere di tipo *traslatorio* o di tipo *rotatorio*.

Le **reazioni vincolari** sono le *forze esercitate dai vincoli*. Esse non hanno un valore predefinito ma dipendono dalle azioni che agiscono sui vincoli.

Le forze esercitate dai vincoli vengono anche dette *forze reattive*, a differenza delle forze esterne, agenti sui corpi, che vengono dette *forze attive*.

Se si considera un libro appoggiato su un tavolo, il libro non cade sul pavimento perché il tavolo costituisce un vincolo. Il tavolo impedisce al libro di muoversi verso il basso. Se ci si appoggia ad un muro, se sta in piedi facendo meno fatica e nello stesso tempo non si cade. Questo perché il muro rappresenta un vincolo che impedisce di muoversi verso di esso. Un balcone, pur essendo a sbalzo, non cade perché è vincolato con un *incastro* nella zona in cui è attaccato all'edificio.



La reazione di un vincolo *non è costante* ma si adatta all'azione del corpo. Ad esempio, nel caso del tavolo, il vincolo offre una reazione pari al peso del libro. Se sul libro considerato si appoggia un altro libro, allora la reazione del vincolo sarà pari al peso di entrambi i libri.

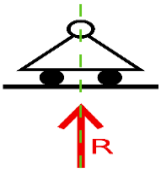
Un altro tipo di vincolo sono le *cerniere*. Le porte, ad esempio, sono incernierate ad un estremo. Le cerniere impediscono la *traslazione* dell'estremo ma permettono la *rotazione* della porta intorno ad esse.

Un terzo tipo di vincolo è *l'incastro*, il vincolo più completo perché impedisce tutti i tipi di movimento, sia la *traslazione* che la *rotazione*. Sono, ad esempio, incastrati, ad un estremo, i balconi degli edifici, il trampolino, le mensole.

Qualsiasi tipo di vincolo reagisce fino a un certo punto. Per ogni vincolo esiste un *limite di rottura* oltre il quale il vincolo cede e si rompe.

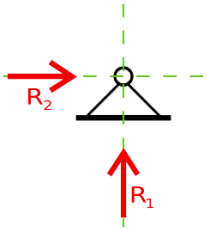
Di seguito la rappresentazione grafica dei principali *tipi di vincolo* nell'ambito di uno studio dell'equilibrio del corpo rigido limitato soltanto ad i movimenti che possono avvenire in un *piano*. Per i movimenti tridimensionali, ovvero nello *spazio*, il problema dell'equilibrio si complica notevolmente, si fa uso dello strumento matematico delle matrici e si ricorre allo strumento informatico per i calcoli che ne conseguono.

Il *carrello*, o *appoggio semplice*, limita il movimento alla traslazione lungo l'asse *perpendicolare* al piano di appoggio. Esso reagisce con una forza perpendicolare al piano di appoggio.

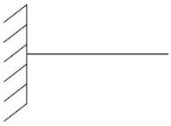


La *cerniera* limita il movimento alla traslazione lungo *due assi* comunque disposti nel piano. A differenza del vincolo precedente, il movimento è limitato in *due dimensioni*, quindi nell'intero piano. Generalmente si assumono come riferimento gli assi *verticale* e *orizzontale*. Il vincolo reagisce con due forze, una orizzontale e una verticale.

Limitando due tipi di movimento, tale tipo di vincolo viene detto *vincolo doppio*. Questo tipo di vincolo si ritrova nelle ante dei mobili e nelle porte in genere.



L'incastro impedisce *tre tipi* di movimento. Oltre ad impedire la *traslazione* nel piano (come la cerniera) impedisce anche la *rotazione*. Il corpo ad esso vincolato non può né traslare né ruotare. Tale tipo di vincolo è detto *vincolo triplo*.



L'equilibrio del *punto materiale*.

Un punto materiale è in equilibrio se la *somma delle forze* ad esso applicate è *pari a zero*, ovvero se:

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F_i} = 0$$

dove ***n*** è il *numero* delle forze applicate al corpo.

Nel caso dell'oggetto appoggiato sul tavolo, nella figura precedente, esso è in equilibrio perché risulta:

$$\vec{R_v} + \vec{P} = 0$$

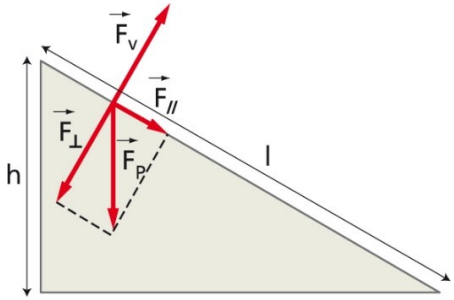
L'equilibrio sul *piano inclinato*.

Un corpo appoggiato su un piano inclinato è soggetto sia alla sua *forza peso* che alla *reazione* del piano stesso. Ma, a differenza del corpo appoggiato sul tavolo orizzontale, *la reazione del piano non è verticale*. La reazione è sempre *perpendicolare* al piano che la esercita. Potrebbe, inoltre essere presente la *forza di attrito*, come nella seguente figura.



Nell'ipotesi, invece, di *assenza di attrito*, un corpo semplicemente appoggiato ad un piano inclinato *non* potrebbe stare in equilibrio. Esso tenderebbe a scorrere verso il basso. Per stare in equilibrio, il corpo sul piano inclinato ha bisogno di una forza *parallela* al piano e che si opponga al suo movimento. Questa forza potrebbe essere rappresentata dall'attrito del piano o anche dalla tensione di una fune agganciata al corpo. Tale forza è di modulo pari ad una *componente* della forza-peso del corpo, alla *componente parallela al piano*.

Si consideri un corpo appoggiato ad un piano inclinato, come nella seguente figura.



Dalla scomposizione della forza-peso secondo due direzioni, una *parallela* è una *perpendicolare* al piano, si ottengono due componenti. L'angolo fra la direzione verticale e la direzione della componente perpendicolare al piano è *uguale* all'angolo fra la direzione orizzontale e la direzione parallela al piano inclinato.

Per la similitudine dei triangoli, si ha:

$$F_{//} : F_p = h : l$$

da cui:

$$F_{//} = F_P \frac{h}{l}$$

Si osservi che, nel caso particolare di un *piano orizzontale*, risulta:

$$h = 0 \quad \Rightarrow \quad F_{//} = 0$$

mentre, nel caso particolare di un *piano verticale,* risulta:

$$h = l \quad \Rightarrow \quad F_{//} = F_p$$

Una volta trovata la componente del peso *parallela* al piano inclinato, applicando il teorema di Pitagora, si può trovare anche la componente del peso *perpendicolare* al piano:

$$F_\perp = \sqrt{F_p^2 - F_{//}^2}$$

Note le dimensioni ***h*** ed ***l*** del piano, sempre con il teorema di Pitagora, può essere trovata anche la base ***b*** del piano.

La *pendenza* del piano inclinato.

Il *rapporto h/b* è la *pendenza* del piano inclinato.

La pendenza di un *piano orizzontale* è *pari a 0*. Infatti, per un piano orizzontale, risulta h = 0 e b coincidente con l.

La pendenza di un *piano che tende ad essere verticale* è *infinita*. Infatti, per un piano verticale, b tende a zero ed h coincide con l.

La pendenza di un *piano inclinato di 45°* è *pari ad 1*. Per tale piano, infatti, risulta h = b. Spesso la pendenza è indicata in *percentuale*, una pendenza pari ad 1 corrisponde ad una pendenza del 100%.

La pendenza di un *piano inclinato di 30°* è *pari ad 0,5774*. Cioè una pendenza del 57,74%. A tale risultato si può giungere in due modi:

- nel primo modo, attraverso considerazioni geometriche, osservando che il piano inclinato di 30° viene a costituire metà triangolo equilatero in cui h = l/2 e b = (l/2) √3. Il rapporto h/b vale quindi 1/√3.
- nel secondo modo, ricorrendo alla *tangente trigonometrica* dell'angolo di 30°; essa, infatti, vale 0,5774 e rappresenta proprio la pendenza.

In generale, se noto l'angolo alla base, si può determinare la *pendenza* di un piano inclinato semplicemente trovando, con la calcolatrice, quanto vale la *tangente trigonometrica* di tale angolo.

Esercizio

Una scatola di 2,0 kg è posta su un piano inclinato che forma un angolo di 30° con l'orizzontale. Qual è la forza che si deve applicare,

parallelamente al piano inclinato, per tenere ferma la scatola, nell'ipotesi di assenza di attrito?

Svolgimento

Quando l'angolo di inclinazione di un piano inclinato è di 30°, il rapporto fra la sua altezza e la sua lunghezza è pari a 0,5. In tale circostanza, infatti, il piano inclinato viene ad essere metà triangolo equilatero e la sua altezza non è altro che la metà del lato dell'ipotetico triangolo. In altri termini, vale la seguente relazione:

$$\frac{h}{l} = 0{,}5$$

La *forza equilibrante*, da applicare per tenere in equilibrio la scatola, allora è:

$$F_{//} = mg\ \frac{h}{l} = 2{,}0\ kg \times 9{,}8\ \frac{N}{kg} \times 0{,}5 = 9{,}8\ N$$

Approfondimento – Coefficiente di attrito e *pendenza* del piano inclinato.

Una Jeep tenta di salire per una scarpata la cui pendenza è del 57,74%. Il terreno è fangoso e presenta un coefficiente di attrito pari a 0,4. Determinare se la Jeep può riuscire a salire.

Svolgimento

Si può fare riferimento alla stessa figura vista nello studio del piano inclinato. Bisogna verificare se la *forza di attrito* è sufficiente a vincere la *componente parallela del peso*. La soluzione di questo problema va trovata facendo ricorso alle *funzioni trigonometriche*. Sia $\boldsymbol{P}$ il peso della Jeep. Sia $\boldsymbol{\alpha}$ l'angolo alla base del piano.

La componente *parallela* del peso è data da:

$$P_{//} = P \text{ sen } \alpha$$

La componente *perpendicolare* del peso è data da:

$$P_{\perp} = P \cos \alpha$$

La *forza di attrito* lungo il piano è data da:

$$F_a = \mu P_{\perp} = \mu P \cos \alpha$$

La forza di attrito deve superare la componente parallela del peso, cioè:

$$\mathbf{F_a > F_{//}}$$

$$\mu P \cos \alpha > P \text{ sen } \alpha$$

Essendo il peso presente in entrambi i membri, si ottiene:

$$\mu \cos \alpha > \text{sen } \alpha$$

ovvero:

$$\mu > \frac{sen\ \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\mathbf{\mu > \tan \alpha}$$

Come detto, ***tan α*** rappresenta la *pendenza* del piano, che, nel nostro caso, è pari a 0,5774. Quindi, i dati del problema non soddisfano la precedente relazione. La Jeep non riesce a salire.

Osservazioni

- Per risolvere il problema non è stato necessario conoscere l'angolo alla base del piano inclinato. Esso è pari a:
$$\alpha = \tan^{-1} 0{,}5774 = 30°$$
- Il risultato ottenuto *non* dipende dalla massa della Jeep.
- Il risultato ottenuto è nell'ipotesi in cui l'attrito venga fornito da tutte le parti dell'auto *prementi* sul suolo ovvero da tutte e quattro le ruote, quindi l'auto deve essere una 4 × 4, cioè a quattro ruote motrici.
- Man mano che *aumenta* la pendenza di una strada aumenta la difficoltà per la salita, per due motivi: *aumenta* la componente parallela

della forza peso e *diminuisce* la forza di attrito (avendosi una diminuzione della forza premente, cioè della componente perpendicolare della forza peso).

- Mentre su un piano orizzontale l'attrito serve esclusivamente per fornire accelerazione o decelerazione all'automobile, su un piano inclinato l'attrito deve anche sopportare la componente orizzontale del peso.
- Un'auto dotata di normali pneumatici non potrebbe mai riuscire a salire lungo un piano inclinato di 45°, neanche in condizioni di ottimo asfalto asciutto. Per tale piano, infatti, la pendenza è pari a 1 ovvero è del 100%. Dovrebbe quindi aversi un coefficiente di attrito *superiore* ad 1, cosa estremamente improbabile se non impossibile. Su una tale pendenza, un'auto avrebbe difficoltà anche solo a rimanere ferma, essendo la forza di attrito proprio al limite.
- Un modo per avere una migliore presa a terra è quella di dotare i veicoli di ruote aventi gli pneumatici con i tacchetti oppure addirittura di dotare i veicoli di cingoli, come i carri armati o i trattori che devono superare forti pendenze su terreni con poca aderenza.

Il *momento* di una forza.

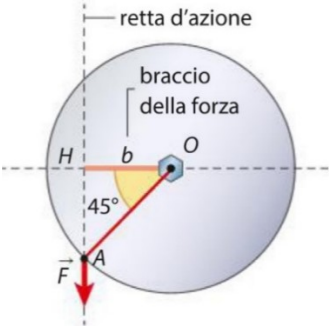
Il ***momento di una forza*** rispetto ad un punto O è definito come:

$$\mathbf{M_O = F \cdot b}$$

dove:

M_O = momento della forza (N m) rispetto al punto O
F = forza (N)
b = braccio (m)

Il ***braccio della forza*** è la *distanza* tra il *centro di rotazione* e la *retta di azione* della forza.



La *coppia di forze*.

Una ***coppia di forze*** è costituita da *due forze parallele*, della *stessa intensità* ma di *verso opposto*, applicate in punti *diversi* di uno stesso corpo rigido.

Si chiama *braccio della coppia* la distanza fra le due rette d'azione delle forze. Il *momento della coppia* è, invece, il *prodotto* fra l'intensità di *una* delle due forze e la lunghezza del braccio:

$$\mathbf{M = F \cdot b}$$

dove:

M = momento della coppia di forze (N m)
F = intensità di una delle forze della coppia (N)
b = braccio della coppia di forze.

Come si vede in figura, per svitare un bullone si applica una *coppia di forze*.



L'equilibrio del *corpo rigido*.

Ad un corpo rigido possono essere applicate forze in qualsiasi suo punto. A differenza del punto materiale, il corpo rigido, oltre a traslare, può anche ruotare. Le sue condizioni di equilibrio, pertanto, devono tenere presente anche la possibile rotazione. Così come responsabili della traslazione sono le forze, responsabili della rotazione sono i momenti.

Un corpo rigido è in equilibrio se la *somma delle forze*, ad esso applicate, è *pari a zero* e se la *somma dei momenti*, rispetto ad un *punto qualsiasi*, delle forze ad esso applicate, è *pari a zero*, ovvero se:

$$\sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{F_i} = 0$$

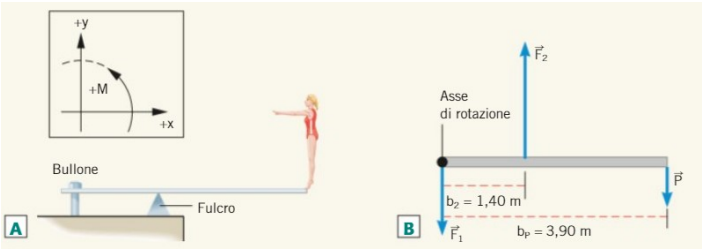
$$\sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{M_i} = 0$$

La prima, delle precedenti equazioni, è detta "condizione di equilibrio alla *traslazione*" e la seconda è detta "condizione di equilibrio alla *rotazione*". Esse vengono chiamate ***equazioni cardinali della statica*** e sono alla base della ***scienza delle costruzioni***.

Esercizio

Una tuffatrice che pesa 530 N è ferma sul bordo di un trampolino (figura A) lungo 3,90 m. Il trampolino ha un peso trascurabile, è imbullonato al suo estremo sinistro ed è sostenuto da un fulcro posto a 1,40 m da questo estremo.

Trovare le forze F_1 e F_2 esercitate sul trampolino dal bullone e dal fulcro (figura B).



Svolgimento

Il problema si risolve applicando le *equazioni cardinali della statica*.

Assumiamo come *asse di rotazione* l'estremo sinistro A. In tal caso il braccio della forza F_1 è nullo. Assumiamo, inoltre, come *verso positivo* per le forze verticali quello che va *verso l'alto* e per i momenti quello *antiorario*, ottenendo le seguenti equazioni:

$$-F_1 + F_2 - P = 0$$

$$F_1 \cdot 0 + F_2 \cdot b_2 - P\, b_p = 0$$

Dalla seconda equazione possiamo ricavare F_2

$$F_2 = \frac{P \cdot b_p}{b_2} = \frac{530\ N\ \cdot 3{,}90\ m}{1{,}40\ m} = 1476\ N$$

Una volta nota F_2 possiamo ricavare F_1 dalla prima equazione:

$$F_1 = F_2 - P = 1476\ \text{N} - 530\ \text{N} = 946\ \text{N}$$

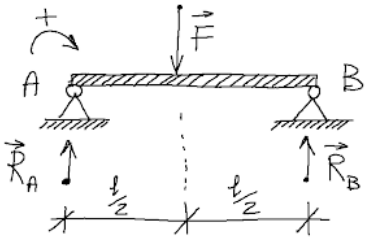
Approfondimento – Equilibrio di *un'asta rigida* e calcolo delle *reazioni vincolari*.

Lo studio *dell'equilibrio del corpo rigido* trova ampia applicazione nel caso particolare *dell'asta rigida* e nel calcolo delle *reazioni vincolari*.

Negli esercizi che seguono, si considera *un'asta rigida orizzontale appoggiata agli estremi* e sulla quale è applicata una *forza verticale*.

Esercizio

Calcolo delle reazioni vincolari nel caso di un'asta rigida semplicemente appoggiata e caricata con *un'unica forza centrale*.



I vincoli dell'asta in figura, pur essendo delle *cerniere*, reagiscono come degli *appoggi semplici* in quanto l'unica forza agente è *perpendicolare* all'asta. Non essendo necessarie reazioni orizzontali, le cerniere si comportano come appoggi. Qualora ci fosse stata anche una forza orizzontale (o obliqua) a sollecitare l'asta, la presenza di due cerniere avrebbe reso *indeterminato* il problema del calcolo delle reazioni orizzontali. Si sarebbe ricaduti nel caso accennato in precedenza per il quale l'ipotesi di corpo rigido non semplifica la soluzione del problema ma lo rende addirittura *impossibile* da risolvere. Non si potrebbe calcolare quale quota della forza orizzontale si scaricherebbe su A e quale quota si scaricherebbe su B. Per la soluzione del problema, bisognerebbe considerare l'asta *deformabile*, secondo la *legge di Hooke*. In tal caso, dal punto di vista matematico, si disporrebbe di ulteriori equazioni, dette *equazioni di congruenza*, che renderebbero possibile la soluzione del problema.

Data la *simmetria* del problema (la forza si trova al centro), si vede subito che le reazioni vincolari $\mathbf{R_A}$ ed $\mathbf{R_B}$ sono entrambe di modulo pari ad F/2.

Vediamo, comunque, come andrebbe risolto il problema applicando le *equazioni cardinali della statica*.

Assumiamo come *centro di rotazione* l'estremo sinistro A. In tal caso il braccio della reazione R_A è nullo. Assumiamo, inoltre, come *verso positivo* per le forze quello che va *verso l'alto* e per i momenti quello *orario*, ottenendo le seguenti equazioni:

$$R_A - F + R_B = 0$$

$$R_A \cdot 0 + F \cdot l/2 - R_B \cdot l = 0$$

La prima equazione è la *condizione di equilibrio alla traslazione verticale* e la seconda equazione è la *condizione di equilibrio alla rotazione* intorno al punto A, estremo sinistro dell'asta. Il punto intorno al quale imporre l'equilibrio alla rotazione può essere un *qualsiasi punto* del piano. Scegliendo il punto A, si semplifica la soluzione del sistema di equazioni. Infatti, essendo il primo termine della seconda equazione pari a zero (braccio della forza nullo), da essa si ottiene immediatamente la reazione R_B .

$$F \cdot l/2 - R_B \cdot l = 0$$

$$R_B \cdot l = F \cdot l/2$$

Eliminando l ad entrambi i membri dell'equazione, si ottiene:

$$\mathbf{R_B = F/2}$$

Nota R_B , dalla prima equazione si ottiene il valore di R_A

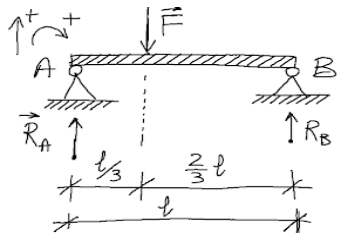
$$R_A = F - R_B$$

$$R_A = F - F/2$$

$$\mathbf{R_A = F/2}$$

Esercizio

Caso di una forza ad *un terzo dall'estremo sinistro*.



Assunto come *verso positivo* per le *forze* quello che va *verso l'alto* e per i *momenti* quello *orario*, si hanno le seguenti equazioni:

$$\mathbf{R_A - F + R_B = 0}$$

$$\mathbf{R_A \cdot 0 + F \cdot l/3 - R_B \cdot l = 0}$$

La prima equazione è la *condizione di equilibrio alla traslazione verticale* e la seconda equazione è la *condizione di equilibrio alla rotazione* intorno al punto A, estremo sinistro dell'asta. Dalla seconda equazione si ottiene la reazione R_B :

$$F \cdot l/3 - R_B \cdot l = 0$$

$$R_B \cdot l = F \cdot l/3$$

Eliminando l ad entrambi i membri dell'equazione, si ottiene:

$$\mathbf{R_B = F/3}$$

Nota R_B , dalla prima equazione si ottiene il valore di R_A

$$R_A = F - R_B$$

$$R_A = F - F/3$$

$$\mathbf{R_A = F\ 2/3}$$

Si osservi che, nel caso di una *singola forza verticale* agente sull'asta, il valore delle reazioni vincolari è *inversamente proporzionale* alla distanza dalla forza.

Osservazione

Il procedimento per svolgere gli esercizi precedenti può essere esteso anche a situazioni in cui le forze egenti sull'asta rigida siano *più di una*.

La definizione di *pressione*.

La *pressione* su una superficie è una *forza unitaria* perpendicolare alla superficie stessa. Essa è una *grandezza scalare* data dal *rapporto* fra l'intensità della *forza premente* su una superficie e *l'area della superficie* di contatto. Una forza *premente* su una superficie è anche *perpendicolare* ad essa.

La pressione, in altre parole, è una forza *distribuita* su una superficie. In generale, la pressione può *variare da punto a punto* della superficie stessa.

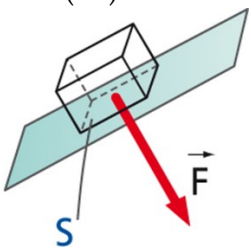
Per *forza unitaria* s'intende una *forza per unità di superficie*. Abbiamo già studiato un'altra grandezza unitaria, ovvero la densità. Nel caso della densità, la grandezza unitaria considerata è il volume.

La **pressione**, in formule, è data da:

$$\mathbf{p = \frac{F}{A}}$$

dove:

p = pressione sulla superficie (Pa);
F = intensità della forza premente sulla superficie (N);
A = area della superficie S (m^2).



Approfondimento – La pressione come *funzione continua*.

La pressione definita con la precedente formula è una pressione *media* agente su una superficie. Nei vari punti della superficie, non è detto che però la pressione abbia lo stesso valore. La pressione potrebbe cambiare da punto a punto. Si pensi, ad esempio, ad una larga e sottile piastra metallica appoggiata su un terreno molto deformabile, ad esempio un terreno argilloso bagnato. Salendo nella parte centrale della piastra, quest'ultima si deforma e il terreno sottostante reagisce in proporzione *all'abbassamento* dei vari punti della piastra stessa. La piastra, essendo deformabile si abbasserà maggiormente al centro ed in misura minore ai lati. La pressione che la piastra esercita sul terreno, quindi, *non* è uniforme ma *varia da punto a punto*. In particolare, sarà *maggiore al centro* e *minore agli estremi*. Come nel caso della densità, si può definire la pressione, in un punto specifico del terreno, nel seguente modo:

$$p = \frac{dF}{dA}$$

dove:

p = pressione nel punto considerato (Pa)

dF = forza agente sulla superficie infinitesima (N)

dA = area della superficie infinitesima intorno al punto (m^2)

Per *superficie infinitesima* s'intende una superficie talmente piccola da *tendere a zero*.

Si osservi che nell'ipotesi teorica di *piastra rigida*, la pressione sarebbe *uniforme* su tutto il terreno interessato. La pressione in ogni punto del terreno verrebbe a *coincidere* con la pressione media esercitata dalla piastra. Più è *grande* lo spessore della piastra e più *ci si avvicina*, nella realtà, all'ipotesi di *piastra rigida*.

Diverse unità di misura per la pressione.

Nel SI l'unità di misura della pressione è il ***pascal*** (Pa):

$$\mathbf{1\ Pa = 1\ N/m^2}$$

Il pascal è una unità di misura molto piccola. Vengono pertanto spesso usati i suoi multipli: hPa; kPa; MPa.

Esistono poi altre unità di misura ancora largamente usate, perlopiù per motivi storici.

In particolare, è usato il ***bar***:

$$\mathbf{1\ bar = 10^5\ Pa}$$

$$\mathbf{1\ mbar = 1\ hPa}$$

Il mbar è ancora molto diffuso nella misura della pressione atmosferica. Al livello del mare, in condizioni standard, la pressione atmosferica vale: p_{atm} = 1013 mbar.

È usata anche l'unità di misura ***atmosfera***, pari alla pressione atmosferica in condizioni standard:

$$\mathbf{1\ atm = 1{,}013 \times 10^5\ Pa = 1{,}013\ bar = 1013\ mbar}$$

Sono usati, infine, come unità di misura della pressione, anche i ***mm di mercurio***:

$$\mathbf{1\ atm = 760\ mm\ di\ Hg}$$

Ad esempio, la *pressione arteriosa* (120 – 80) è misurata in ***mm Hg***.

Esercizio

Su una superficie avente l'area di 1 cm^2 è applicata una forza di 10 N. Determinare la pressione, espressa in pascal, che la forza esercita sulla superficie.

Svolgimento

Si hanno i seguenti **dati**:

$F = 10\ N$
$A = 1\ cm^2 = 0{,}0001\ m^2 = 10^{-4}\ m^2$
$p = ?$

La ***pressione*** è definita dalla formula:

$$p = \frac{F}{A}$$

La pressione è espressa in Pa quando la forza è in N e l'area è in m^2. Sostituendo i valori nella formula, si ha:

$$p = \frac{10\ N}{10^{-4}\ m^2} = 100.000\ Pa$$

Esercizio

Si consideri un blocco di ***calcestruzzo*** a forma di cubo. Il blocco è appoggiato su un terreno orizzontale. Il lato misura 30 cm. Determinare la pressione che il blocco di calcestruzzo esercita sul terreno.

(La densità del calcestruzzo è pari a 2.400 kg/m^3)

Svolgimento

In questo caso, la ***forza perpendicolare alla superficie*** (terreno) è il ***peso*** del cubetto di calcestruzzo, ovvero:

$$\mathbf{P = m\ g}$$

La ***massa***, noti densità e volume, è data da:

$$\mathbf{m = d\ V}$$

Possiamo quindi scrivere:

$$\mathbf{P = d\ V\ g}$$

Sostituendo i valori nella suddetta formula, si ottiene il peso:

$$P = 2.400 \frac{kg}{m^3}\ (0{,}30\ m)^3\ 9{,}8\ \frac{N}{kg} = 2.400 \frac{kg}{m^3}\ 0{,}027\ m^3\ 9{,}8 \frac{N}{kg} = 635\ N$$

L'area di appoggio è data da:

$$A = (0{,}30\ m)^2 = 0{,}09\ m^2$$

Si ottiene, infine, la pressione, applicando la formula che la definisce. Ovvero, sostituendo i valori:

$$p = \frac{635\ N}{0{,}09\ m^2} = 7.056\ Pa$$

Approfondimento

Si osservi che, in questo caso, la pressione si può ottenere anche dalla seguente formula:

$$\mathbf{p = d\ g\ h}$$

La formula suddetta si ricava dalle seguenti semplici sostituzioni:

$$p = F\ /\ A = d\ V\ g\ /\ A = d\ g\ h$$

essendo $h = V\ /\ A$

La suddetta formula ci dice che la pressione di un solido prismatico o cilindrico dipende soltanto dalla sua altezza, qualunque sia l'area di appoggio. La formula suddetta costituisce anche l'enunciato del ***principio di Stevin***, che dà la pressione di un liquido ad una profondità h.

Applicando la formula suddetta, verifichiamo il valore ottenuto in precedenza per la pressione.

$$p = 2.400 \frac{kg}{m^3}\ 9{,}8 \frac{N}{kg}\ 0{,}30\ m = 7.056\ \frac{N}{m^2} = 7.056\ Pa$$

La *pressione idrostatica* e la *legge di Stevin*.

La ***legge (o principio) di Stevin*** fornisce la pressione di un liquido ad una data *profondità*. La pressione di un liquido è detta anche *pressione idrostatica*.

La ***legge di Stevin*** è la seguente:

$$\mathbf{p = d\ g\ h}$$

dove:

p = pressione del liquido (Pa)
d = densità del liquido (kg/m^3)
g = 9,8 N/kg (accelerazione di gravità)
h = altezza, profondità (m)

Si osservi che, essendo *costante* la densità del liquido, risulta che la *pressione è direttamente proporzionale alla profondità*.

Per semplicità, la legge di Stevin enunciata non tiene conto della pressione atmosferica. Essa fornisce soltanto la *pressione idrostatica*, quindi *al netto* della pressione atmosferica. Tale approssimazione non è affatto azzardata perché la pressione atmosferica agisce dappertutto e quindi il suo effetto non è visibile. Si può, in altri termini, considerare la pressione atmosferica *pari a zero*.

Talvolta, quando non si considera la pressione atmosferica, si parla di *pressione relativa*. La pressione che invece tiene conto anche della pressione atmosferica viene detta *pressione assoluta* o *pressione totale*.

Tenendo conto, invece, anche della *pressione atmosferica*, il principio di Stevin diventa:

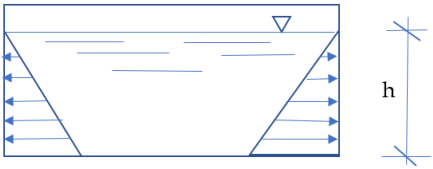
$$\mathbf{p = p_{atm} + d\ g\ h}$$

dove p_{atm} è, appunto, la pressione atmosferica (101.300 Pa).

Diagramma delle pressioni.

Lungo le *pareti verticali* di un recipiente contenente un liquido, la *pressione idrostatica* varia in modo *direttamente proporzionale* alla *profondità*, passando dal *valore zero*, sul pelo libero, al *valore massimo*, sul fondo.

Si viene a creare, così, un *diagramma triangolare* lungo le pareti verticali, come nella seguente figura.



Si osservi che i *diagrammi delle pressioni* sulle pareti *non* dipendono dalla *larghezza* del recipiente *ma solo dall'altezza* del liquido. Allo stesso modo, la spinta su una diga è la stessa a prescindere dall'estensione del lago artificiale a monte di essa.

Esercizio

Sull'oblò di un sottomarino, avente il diametro di 50 cm, l'acqua esercita una pressione pari a 10^6 Pa.
Determinare la forza dell'acqua, agente sull'oblò.
Determinare la profondità alla quale si trova l'oblò.

(la densità dell'acqua di mare è 1.030 kg/m^3)

Svolgimento

Si hanno i seguenti **dati**:

Φ = 50 cm = 0,50 m
p = 10^6 Pa
d = 1.030 kg/m^3
F = ?
h = ?

Si osservi che, per non confondere la *densità* con il *diametro*, quest'ultimo è stato indicato con Φ. La pressione p, su una superficie di area A dovuta ad una forza F che agisce perpendicolarmente alla superficie stessa, è data da:

$$p = \frac{F}{A}$$

In questo caso, la pressione è nota mentre deve essere determinata la forza F, quindi:

$$F = p \cdot A$$

L'area dell'oblò è data da:

$$A = \frac{\pi \, \emptyset^2}{4}$$

dove A è l'area (m^2) e Φ è il diametro (m).

Sostituendo i valori, si ha:

$$A = \frac{\pi \cdot (0{,}50 \text{ m})^2}{4} = 0{,}20 \text{ m}^2 = 2{,}0 \cdot 10^{-1} \text{ m}^2$$

$$F = 10^6 \text{ Pa} \cdot 2{,}0 \cdot 10^{-1} \text{ m}^2 = 2{,}0 \cdot 10^5 \text{ N} = 200.000 \text{ N}$$

Per il calcolo della profondità, occorre fare ricorso al *principio di Stevin*.

Il ***principio di Stevin*** afferma che la pressione di un liquido, ad una profondità h, è data dalla seguente formula:

$$p = d \, g \, h$$

Nel caso in oggetto, la pressione è nota (oltre alla densità del liquido) e bisogna trovare la profondità h:

$$h = \frac{p}{d \, g}$$

Sostituendo i valori:

$$h = \frac{10^6 \text{ Pa}}{1.030 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \; 9{,}8 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} = 99 \text{ m}$$

Esercizio

Determinare la pressione esistente a 10 m di profondità in un lago di acqua non salata.

Svolgimento

Conoscendo la densità dell'acqua, i **dati** a disposizione sono i seguenti:

$h = 10$ m
$d = 1.000$ kg/m^3
$p = ?$

La pressione in un liquido, ad una profondità h, è data dal ***principio di Stevin***, cioè dalla seguente formula:

$$\mathbf{p = d\ g\ h}$$

Applicando quindi la formula, semplicemente si ha:

$$p = 1.000 \frac{kg}{m^3}\ 9{,}8 \frac{N}{kg}\ 10\ m = 98.000\ \frac{N}{m^2} = 98.000\ Pa$$

Esercizio

Determinare l'altezza d'acqua che esercita una pressione pari a quella atmosferica.
La pressione atmosferica ha il valore di 101.300 Pa

Svolgimento

Conoscendo la densità dell'acqua, i **dati** a disposizione sono i seguenti:

$p = 101.300$ Pa
$d = 1.000$ kg/m^3
$h = ?$

La pressione in un liquido, ad una profondità h, è data dal ***principio di Stevin***, cioè dalla seguente formula:

$$p = d\ g\ h$$

In questo caso, la pressione è nota e bisogna trovare l'altezza. Quindi:

$$h = \frac{p}{d\ g}$$

Sostituendo i valori:

$$h = \frac{101.300\ \text{Pa}}{1.000\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\ 9{,}8\ \frac{\text{N}}{\text{kg}}} = 10{,}34\ \text{m}$$

Esercizio

Una botte di vino è alta un metro e presenta sul fondo un tappo avente sezione circolare con un diametro di 4 cm. Determinare la forza agente sul tappo.
Anche se leggermente differente, per semplicità, si supponga che la densità del vino sia uguale a quella dell'acqua.

Svolgimento

Si hanno i seguenti **dati**:

h = 1 m
Φ = 4 cm = 0,04 m
d = 1.000 kg/m^3
F = ?

Nota: si osservi che, per non confondere la *densità* con il *diametro*, quest'ultimo è stato indicato con Φ

La pressione, su una superficie di area A dovuta ad una forza F che agisce perpendicolarmente alla superficie stessa, è data da:

$$p = \frac{F}{A}$$

In questo caso, deve essere determinata la forza F, quindi:

$$F = p \cdot A$$

La pressione sul tappo è la pressione idrostatica alla profondità h. Essa si determina mediante il ***principio di Stevin***, cioè:

$$p = d\ g\ h$$

Applicando quindi la formula, si ha:

$$p = 1.000 \frac{kg}{m^3}\ 9{,}8 \frac{N}{kg}\ 1\ m = 9.800\ \frac{N}{m^2} = 9.800\ Pa$$

L'area *trasversale* del tappo è data da:

$$A = \frac{\pi\ \emptyset^2}{4}$$

dove A è l'area (m^2) e Φ è il diametro (m).

Sostituendo il valore del diametro, si ha:

$$A = \frac{\pi \cdot (0{,}04\ m)^2}{4} = 1{,}26 \cdot 10^{-3}\ m^2$$

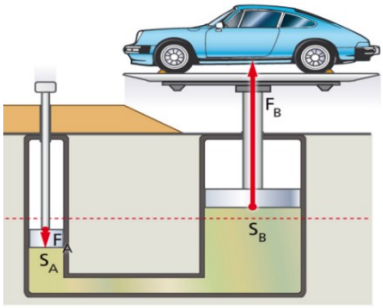
A questo punto, noti la pressione e l'area, si può calcolare la forza:

$$F = 9.800\ Pa \cdot 1{,}26 \cdot 10^{-3}\ m^2 = 12{,}3\ N$$

Il *principio di Pascal* e il torchio idraulico.

Il ***principio (o legge) di Pascal*** afferma che una *variazione di pressione*, in un fluido contenuto in un recipiente chiuso, si trasmette, con la *stessa intensità*, a *tutti i punti* del fluido stesso.

Nel dispositivo in figura, detto ***torchio idraulico***, la pressione esercitata sul cilindro A si trasmette al cilindro B con la *stessa intensità*.



L'incremento di pressione sullo stantuffo A è *uguale* all'incremento di pressione sullo stantuffo B, cioè:

$$p_A = p_B$$

Quindi:

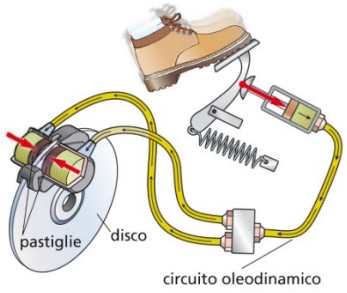
$$\frac{F_A}{S_A} = \frac{F_B}{S_B}$$

ovvero:

$$F_A = F_B \frac{S_A}{S_B}$$

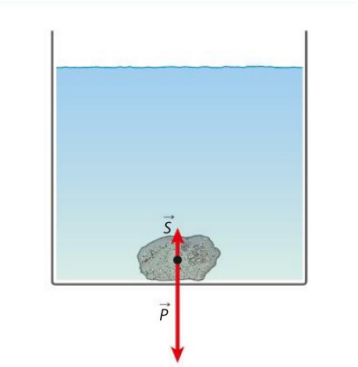
Il torchio idraulico è una *leva*, infatti con una piccola forza F_A si ottiene una forza più grande F_B in proporzione alle aree delle superfici dei cilindri. L'uso di una leva permette di ottenere lo *stesso lavoro* applicando una *forza minore* a discapito però di uno *spostamento maggiore*.

Il principio di Pascal trova applicazione in diversi dispositivi, uno dei quali è il *freno a disco*. La forza, esercitata sul pedale del freno, si trasmette alle pastiglie che, premendo sul disco, fanno nascere una forza di attrito che frena il disco e quindi la ruota con esso solidale.



Il principio di Archimede.

Un corpo, immerso in un fluido (liquido o gas), riceve una *spinta verticale verso l'alto* di *intensità* pari al peso di fluido *spostato*. La spinta che riceve è detta *spinta di Archimede*.



La **spinta di Archimede** è data dalla seguente formula:

$$S = \rho_l V_i g$$

dove:

S = spinta di Archimede (N)
ρ_l = densità del *fluido* (kg/m^3)
V_i = volume *immerso* del corpo (m^3) ovvero il volume di *fluido spostato*
g = accelerazione di gravità (9,8 N/kg)

Il **peso del corpo**, come sappiamo, è dato dalla seguente formula:

$$P = m g = \rho_c V_c g$$

dove:

P = peso del corpo (N)
ρ_c = densità del *corpo* (kg/m^3)
V_c = volume del *corpo* (m^3)
g = accelerazione di gravità (9,8 N/kg)

Confrontando la spinta di Archimede, che va verso l'alto, con il peso di un corpo immerso, che va verso il basso, si possono fare delle osservazioni sulle *condizioni di galleggiamento* di un corpo in un fluido.

Il corpo immerso tende ad *affondare* se P > S e tende a *galleggiare* se P < S, essendo P ed S le uniche forze ad agire su di esso ed entrambe verticali. D'altra parte, quando il corpo è *completamente immerso*, si ha:

$$V_i = V_c$$

Si deduce quindi che *il corpo immerso*:

$$\textit{affonda se } \rho_c > \rho_l$$

mentre

$$\textit{galleggia se } \rho_c < \rho_l$$

Quando invece $\rho_c = \rho_l$ il corpo rimane *fermo* nell'acqua, senza salire né scendere.

Nel caso del galleggiamento, il corpo sarà *parzialmente immerso*. Infatti, per l'equilibrio, deve risultare **P = S** ovvero:

$$\rho_c V_c g = \rho_l V_i g$$

Quindi, elidendo g ad entrambi i membri, si vede che quando $\rho_c < \rho_l$ deve risultare $V_i < V_c$ ovvero il volume immerso *minore* del volume del corpo. E, quanto minore è la densità del corpo tanto minore è il volume immerso. Si pensi, ad esempio, al caso del polistirolo che, essendo leggerissimo, galleggerebbe sull'acqua quasi completamente emerso.

Esercizio

Una pallina di ferro (densità $7{,}8 \times 10^3$ kg/m^3) del diametro di 9,0 mm è immersa in un bicchiere d'acqua. Qual è l'intensità della forza-peso e della spinta di Archimede sulla pallina?

Svolgimento

La *forza-peso* è data da:

$$P = \rho_c \, V_c \, g$$

Il *volume della sfera* è dato da:

$$V = \frac{4}{3} \, \pi \, R^3$$

Nel caso in oggetto: R = 4,5 mm.

Sostituendo i valori dati:

$$P = 7{,}8 \cdot 10^3 \, \frac{kg}{m^3} \cdot \frac{4}{3} \, \pi \, (4{,}5 \cdot 10^{-3} \, m)^3 \cdot 9{,}8 \, \frac{N}{kg}$$

$$P = 32{,}67 \cdot 10^3 \, \frac{kg}{m^3} \cdot \, 91{,}13 \cdot 10^{-9} \, m^3 \cdot 9{,}8 \, \frac{N}{kg}$$

P = 0,029 N

La *spinta di Archimede* è data da:

$$S = \rho_l \, V_i \, g$$

E, sostituendo i valori dati:

$$S = 1{,}0 \cdot 10^3 \, \frac{kg}{m^3} \cdot \frac{4}{3} \, \pi \, (4{,}5 \cdot 10^{-3} \, m)^3 \cdot 9{,}8 \, \frac{N}{kg}$$

$$S = 4{,}19 \cdot 10^3 \, \frac{kg}{m^3} \cdot \, 91{,}13 \cdot 10^{-9} \, m^3 \cdot 9{,}8 \, \frac{N}{kg}$$

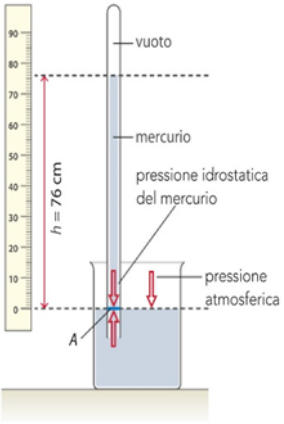
S = 0,004 N

La *pressione atmosferica* e *l'esperienza di Torricelli.*

La *pressione atmosferica* è dovuta al *peso dell'aria* che circonda la Terra. L'aria, come tutti i corpi, è attratta verso il centro della Terra. Accade che gli strati più lontani dalla Terra premono sugli strati più vicini alla Terra. La pressione atmosferica, quindi, è *variabile*. Ha il suo *valore massimo*

al *livello del mare*, e diminuisce man mano che aumenta la *quota*, fino ad assumere *valore zero* a diversi km di distanza dalla Terra.

Al livello del mare, a temperatura di 20 °C, il valore della pressione atmosferica è pari a 101.300 Pa. Tale valore è stato trovato, la prima volta, con ***l'esperienza di Torricelli***. Essa consiste nell'immergere un tubo lungo circa un metro, pieno di mercurio e chiuso ad un estremo, in una bacinella di mercurio. Successivamente il tubo viene ribaltato facendo attenzione a *tenere la parte aperta sempre immersa* nel liquido. Si osserva che la colonnina di mercurio non rimane alta quanto il tubo ma scende fino a raggiungere un *dislivello* di 760 cm con il liquido presente nella vaschetta. Ciò significa che l'aria *preme* sulla *superficie libera* di mercurio con una *pressione pari a quella della colonna di mercurio*.



Applicando la legge di Stevin si può ottenere il *valore* della pressione atmosferica:

$$p_a = 13.600 \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8 \frac{N}{kg} \cdot 0{,}76\, m = 1{,}01 \times 10^5\, Pa$$

Si osservi che, in teoria, per la misura della pressione atmosferica si sarebbe potuto usare *qualsiasi liquido*, anche l'acqua. L'utilizzo di un altro liquido, però, avrebbe reso difficoltosa l'esperienza di Torricelli, perché non esiste un liquido di densità comparabile con quella del mercurio. Per l'acqua, ad esempio, sarebbe stato necessario un tubo lungo oltre 10,3 m. Infatti, sempre per il principio di Stevin, si ha:

$$h = \frac{1{,}01 \times 10^5\ Pa}{1.000\,\frac{kg}{m^3} \times 9{,}8\,\frac{N}{kg}} = 10{,}3\ m$$

Infine, la pressione atmosferica cambia anche a seconda delle *condizioni meteorologiche*. Per rendere visibili tali variazioni, sulle carte geografiche vengono disegnate le *isòbare*, ovvero quelle *linee che congiungono i punti che hanno la stessa pressione*. L'unità di misura diffusa tra i meteorologi è *l'ettopascal* (1 hPa = 100 Pa). Al livello del mare, la pressione atmosferica standard è di 1013 hPa.

TERMODINAMICA

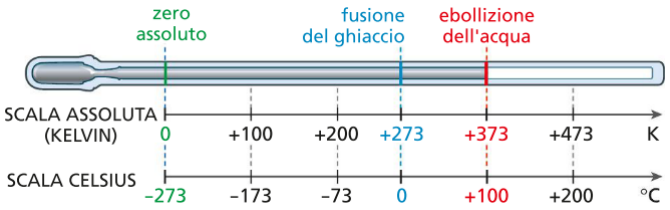
La *temperatura* e *l'energia termica*.

Qualsiasi corpo è composto da molecole, a loro volta composte da atomi. Le molecole che compongono un corpo non sono ferme ma oscillano.

La ***temperatura*** di un corpo è un indice *dell'agitazione termica* delle molecole di cui è costituito. Quanto più la temperatura di un corpo è alta tanto più le sue molecole sono agitate. Se un corpo A ha una *temperatura maggiore* di un corpo B, diciamo che il corpo A è *più caldo* del corpo B. La temperatura è una grandezza *scalare*.

Lo strumento di misura della temperatura è il *termometro*. Esso si basano sul fatto che *i corpi si dilatano all'aumentare della temperatura*. Non tutti i corpi si dilatano allo stesso modo, il mercurio, ad esempio, è un liquido il cui volume risente moltissimo delle variazioni di temperatura.

Nel SI (Sistema Internazionale), *l'unità di misura* della temperatura è il ***kelvin* (K)**. La *scala Kelvin* viene detta anche *scala assoluta* in quanto non esistono temperature inferiori o uguali allo 0 K, detto anche *zero assoluto*. Usualmente, invece, si è abituati a misurare la temperatura in *gradi Celsius* (°C). La *scala Celsius* o *scala centigrada* è stata stabilita assumendo come *riferimento* la *fusione del ghiaccio* (0 °C) e *l'ebollizione dell'acqua* (100 °C). Fra le due scale di temperatura esiste una differenza pari a 273 gradi, cioè:



Le due scale sono solo *traslate* (l'una rispetto all'altra) di 273 gradi.

Quando si deve esprimere il valore di una *differenza di temperatura* si può usare indifferentemente il grado Celsius o il grado Kelvin. Infatti, la variazione di 1 K è uguale alla variazione di 1 °C.

Un grado Kelvin può essere semplicemente detto "un kelvin". Ad esempio, si dice che l'acqua bolle a 373 kelvin. Si osservi che l'unità di misura *kelvin* va scritta con la lettera iniziale minuscola mentre il *grado Kelvin* (come anche la *scala Kelvin*) con la lettera iniziale maiuscola. Ciò perché nel primo caso ci si riferisce ad un sostantivo. Si osservi anche che il simbolo del *kelvin* è senza il cerchietto (K) mentre il simbolo del *grado Celsius* è con il cerchietto (°C).

Esiste, inoltre, un'altra scala di temperature, la *scala Fahrenheit*, in uso solo negli Stati Uniti. Secondo questa scala, il punto in cui l'acqua diventa ghiaccio è di 32 gradi Fahrenheit (°F), mentre il punto in cui l'acqua bolle è di 212 °F, suddividendo l'intervallo fra le due temperature in 180 gradi. Il grado Fahrenheit viene ad essere i 5/9 di un kelvin o di un grado Celsius.

Per misurare la temperatura di un corpo mettiamo a contatto un termometro con il corpo stesso per un tempo sufficientemente lungo. Il tempo di contatto deve essere tale da fare in modo che venga raggiunto il cosiddetto ***equilibrio termico***, cioè quella condizione in cui i due corpi messi a contatto raggiungono la *stessa temperatura*, detta appunto ***temperatura di equilibrio***. Teoricamente, il tempo per raggiungere la temperatura di equilibrio è *infinito* perché man mano che ci si avvicina ad essa rallenta il passaggio di calore fra i due corpi. Ma, come detto altre volte, in fisica si usano modelli e si fanno approssimazioni. Il raggiungimento di una temperatura *quasi uguale* è una condizione sufficiente.

Il concetto di *temperatura* è strettamente legato al concetto di *energia interna* di un corpo ovvero quell'energia che un corpo possiede in virtù del fatto che si trova ad una certa altezza e del fatto che le sue molecole oscillano. Più è alta la temperatura di un corpo e più è alta la sua energia interna. L'energia è una grandezza *scalare* la cui unità di misura è il ***joule*** **(J)**.

La quantità di energia che un corpo possiede per il fatto di avere una certa temperatura è chiamata ***energia termica***. Il *trasferimento di energia termica* da un corpo ad un altro viene detto ***calore***.

Sperimentalmente si osserva che il calore fluisce *spontaneamente* da corpi più caldi ai corpi più freddi.

La legge della *dilatazione termica lineare*.

Si consideri una barra di acciaio. Sperimentalmente si osserva che, quando la temperatura della barra aumenta, aumenta anche la sua lunghezza. E più è lunga la barra maggiore è il suo allungamento.

Ovviamente la dilatazione del materiale avviene in tutte le sue *dimensioni*, ovvero è una *dilatazione volumica*. Essendo, però, la lunghezza della barra, preponderante rispetto alle altre due dimensioni della sua sezione trasversale, *l'allungamento significativo* avviene soltanto in una dimensione, quella della lunghezza. Per questo la dilatazione viene detta "lineare". L'aumento dell'area della *sezione trasversale* della barra è del tutto trascurabile oltre che difficilmente misurabile.

La ***legge della dilatazione termica lineare*** è la seguente:

$$\Delta l = \lambda \, l_0 \, \Delta T$$

dove:

Δl = allungamento (m)
λ = coefficiente di dilatazione lineare (1/°C oppure 1/K)
l_0 = lunghezza iniziale (m)
ΔT = variazione di temperatura (°C oppure K)

Il *coefficiente di dilatazione termica lineare* è un coefficiente che dipende dal materiale considerato e si trova tabellato nei manuali. A rigore, esso *varia al variare della temperatura* ma per la maggior parte dei problemi può essere considerato *costante* essendo la sua variazione trascurabile in relazione alla precisione richiesta.

Analizzando la formula precedente, si deduce che il *coefficiente* λ corrisponde *all'allungamento* di una lunghezza pari ad *un metro* quando la temperatura varia di *un grado*.

Nella seguente tabella sono riportati i principali *coefficienti di dilatazione termica lineare*.

Tabella 1 Coefficienti di dilatazione lineare di alcuni solidi (K^{-1} o $°C^{-1}$)

Metalli				Leghe	
Alluminio	24×10^{-6}	Argento	19×10^{-6}	Acciaio	1×10^{-5}
Ferro	12×10^{-6}	Oro	14×10^{-6}	Ghisa	1×10^{-5}
Piombo	29×10^{-6}	Platino	9×10^{-6}	Bronzo	2×10^{-5}
Rame	16×10^{-6}	Zinco	17×10^{-6}	Ottone	2×10^{-5}

Approfondimento

Indicando semplicemente con l la *lunghezza finale* della barra (dopo la variazione di temperatura) si può scrivere:

$$\Delta l = l - l_0$$

Cioè:

$$l - l_0 = \lambda\, l_0\, \Delta T$$

$$l = l_0 + \lambda\, l_0\, \Delta T$$

$$\boldsymbol{l = l_0\,(1 + \lambda\, \Delta T)}$$

L'ultima espressione è una formulazione diversa della *legge di dilatazione termica lineare*.

Esercizio

Una sbarra di 6 m si allunga di 1 cm se la sua temperatura si innalza da 25 °C a 373 K. Quanto vale il coefficiente di dilatazione lineare?

Svolgimento

Dalla legge di dilatazione termica lineare, $\Delta l = \lambda\, l_0\, \Delta T$, si ha:

$$\lambda = \frac{\Delta l}{l_0\ \Delta T} = \frac{0,01\ m}{6\ m\ \cdot (373\ K - 298\ K)} = 2,22 \times 10^{-5}\ \frac{1}{K}$$

La *legge fondamentale della termologia*.

La *quantità di calore* necessaria per aumentare la temperatura di un dato corpo dipende dal materiale o sostanza di cui è fatto il corpo stesso. Dipende, inoltre, dalla massa del corpo e dall'intervallo di temperatura.

Se si entra in una stanza, che si trova a 10 °C, e si tocca una sedia di *legno* e poi una pentola di *acciaio*, si avverte una *diversa* percezione di freddo. Toccando la pentola, si avverte una maggiore sensazione di freddo perché la nostra mano deve cedere una maggiore quantità di calore. Ciò è dovuto al fatto che l'acciaio aumenta la sua temperatura in maniera più difficile del legno e quindi sottrae più calore. In altre parole, l'acciaio *resiste* di più ai suoi cambiamenti di temperatura, ha una maggiore *inerzia termica*. A rigore, c'è anche un altro motivo per il quale si percepisce il ferro come maggiormente freddo ed è la sua elevata *conducibilità termica*, argomento di cui si tratterà in seguito.

Le precedenti considerazioni sono racchiuse nella ***legge fondamentale della termologia***, che è la seguente:

$$\mathbf{Q = m\ c\ \Delta T}$$

dove:

Q = energia termica ceduta o acquistata (calore), espresso in J
m = massa (kg)
c = calore specifico, espresso in J/(kg °C)
ΔT = variazione di temperatura (°C oppure K)

Il *calore specifico* dipende dal materiale o dalla sostanza considerati e si trova nelle tabelle dei manuali. Esso non è costante ma *dipende dalla temperatura*. Tuttavia, per la precisione richiesta dalla maggior parte dei problemi, può essere considerato *costante*.

Analizzando la formula precedente, si deduce che il *coefficiente c*, cioè il *calore specifico*, corrisponde al *calore* necessario per *aumentare* di *un grado* la temperatura di una massa pari ad *un kilogrammo*.

Il prodotto ***m c*** viene detto ***capacità termica*** e si indica con **C**, cioè:

$$\mathbf{C = m\,c}$$

Di seguito una tabella che riporta i *calori specifici* dei principali materiali/sostanze.

Sostanza	Calore specifico J/(kg · K)
Acqua	4186
Alluminio	880
Anidride carbonica (273 K)	820
Argento	240
Aria (273 K)	1005
Carbonio	850
Elio (273 K)	5100
Ferro	460
Idrogeno (273 K)	14300
Mercurio	138
Oro	129
Ossigeno (273 K)	291
Ottone	380
Rame	387
Vapore d'acqua (273 K)	2000
Vetro (in media)	800

Si osservi l'elevato calore specifico dell'acqua, quasi dieci volte più grande di quello del ferro. Ciò significa che, a parità di massa, raffreddare l'acqua in frigorifero comporta un dispendio energetico più grande che raffreddare il ferro o il vetro.

Esercizio

Se sono necessari 4 kJ di energia termica per innalzare di 45 °C la temperatura di un oggetto di calore specifico 500 J/(kg °C), qual è la sua massa?

Svolgimento

Dalla legge fondamentale della termologia, **Q = m c ΔT**, si ha:

$$m = \frac{Q}{c\,\Delta T} = \frac{4000\ \text{J}}{500\ \frac{\text{J}}{\text{kg °C}}\ 45°\text{C}} = 0{,}178\ \text{kg} = 178\ \text{g}$$

Esercizio

Si supponga di mescolare 125 mL di latte preso dal frigorifero, ad una temperatura di 4 °C, con 20 mL di caffè caldo, alla temperatura di 70 °C. Nell'ipotesi in cui non ci siano scambi di calore con la tazza, qual è la temperatura raggiunta?

Nota: si supponga che le *densità* e i *calori specifici* del latte e del caffè siano uguali a quelli dell'acqua, cioè:

$\rho_{acqua} = 1.000\ \text{kg/m}^3$

$c_{acqua} = 4.186\ \text{J/(kg} \cdot \text{K)}$

Svolgimento

Per lo svolgimento dell'esercizio, si ricordi che:

$$1.000\ \text{mL} = 1\ \text{L} = 1\ \text{dm}^3 = 1.000\ \text{cm}^3$$

Pertanto:

$$\mathbf{1\ mL = 1\ cm^3}$$

La densità dell'acqua è 1.000 kg/m^3 ovvero 1 g/cm^3 = 1 g/mL

Indicando con 1 la sostanza "caffè" e con 2 la sostanza "latte", si hanno quindi i seguenti **dati**:

$m_1 = 20\ mg = 0{,}020\ kg$
$c_1 = 4.186\ J/(kg \cdot K)$
$T_1 = 70\ °C$

$m_2 = 125\ mg = 0{,}125\ kg$
$c_2 = 4.186\ J/(kg \cdot K)$
$T_2 = 4\ °C$

$T_e = ?$

Quando il caffè ha ceduto tutto il suo calore al latte, si dice che il sistema ha raggiunto la *temperatura di equilibrio* ovvero è stato raggiunto *l'equilibrio termico*.

Il calore *ceduto* dal caffè è *pari* al calore *acquistato* dal latte, cioè:

$$Q_1 = Q_2$$

Sappiamo inoltre che la *temperatura di equilibrio* T_e sarà *intermedia* fra le due temperature, *compresa* fra di esse:

$$T_1 > T_e > T_2$$

Ricorrendo alla *legge fondamentale della termologia*:

$$Q = m\ c\ \Delta T$$

ed *esplicitando i due calori*, si ha:

$$m_1\ c_1\ (T_1 - T_e) = m_2\ c_2\ (T_e - T_2)$$

Essendo $\mathbf{c_1 = c_2}$ si ha:

$$m_1\ (T_1 - T_e) = m_2\ (T_e - T_2)$$

$$m_1\ T_1 - m_1\ T_e = m_2\ T_e - m_2\ T_2$$

$$m_1\ T_1 + m_2\ T_2 = m_2\ T_e + m_1\ T_e$$

$$m_1\ T_1 + m_2\ T_2 = T_e\ (m_2 + m_1)$$

$$\boldsymbol{T_e = \frac{m_1\ T_1 + m_2\ T_2}{m_1 + m_2}}$$

La precedente relazione è una *media pesata* della temperatura. Le due temperature hanno ognuna un *peso* diverso, a seconda della quantità di sostanza considerata.

Sostituendo i valori:

$$T_e = \frac{0{,}020\ kg\ \cdot 70\ °C + 0{,}125\ kg\ \cdot 4\ °C}{0{,}020\ kg + 0{,}125\ kg}$$

$$T_e = \frac{1{,}4\ kg\ °C + 0{,}5\ kg\ °C}{0{,}145\ kg} = \frac{1{,}9\ kg\ °C}{0{,}145\ kg} = 13\ °C$$

Si osservi che non era necessario conoscere il valore del calore specifico, bastava sapere che i calori specifici delle due sostanze fossero *uguali*. Inoltre, nel caso le due masse mescolate fossero state anch'esse uguali, la temperatura di equilibrio non sarebbe stata altro che la semplice *media aritmetica* delle due temperature:

$$\boldsymbol{T_e = \frac{T_1 + T_2}{2}}$$

Esercizio

Si supponga di arrivare in una casa di montagna che si trova alla temperatura di 5 °C. Essa è dotata di uno scaldabagno di 50 L che ha la potenza di 2.000 W ovvero è in grado di fornire energia termica pari a 2.000 J al secondo. Accendendo lo scaldabagno, quanto tempo bisogna aspettare affinché l'acqua in esso contenuta raggiunga la temperatura di 60 °C?

Svolgimento

Per variare la sua temperatura, di un valore ΔT, l'acqua ha bisogno di un'energia termica pari a:

$$Q = m\ c\ \Delta T$$

Ricordando che la densità dell'acqua è di 1.000 kg/m^3 e che 1 L equivale ad 1 dm^3 si ha che:

$$\rho_{acqua} = 1.000\,\frac{kg}{m^3} = \frac{1.000\ kg}{1.000\ dm^3} = 1\,\frac{kg}{dm^3} = 1\,\frac{kg}{L}$$

Quindi, siccome 50 L di acqua hanno la massa di 50 kg, si ha:

$$\mathrm{Q} = 50\ \mathrm{kg} \cdot 4.186\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\ ^\circ\mathrm{C}} \cdot (60\ ^\circ\mathrm{C} - 5\ ^\circ\mathrm{C})$$

$$\mathrm{Q} = 11.511.500\ \mathrm{J}$$

La corrente elettrica fornisce 2.000 J/s, quindi il tempo è:

$$\mathrm{t} = \frac{11.511.500\ \mathrm{J}}{2.000\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}}} = 5.755\ \mathrm{s} = 96\ \mathrm{minuti}$$

Ovvero 1 h e 36 minuti.

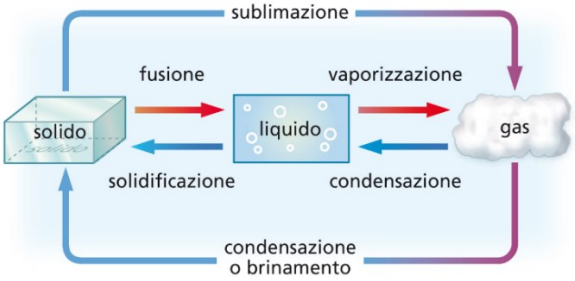
Il *calore latente* e i *passaggi di stato*.

La materia, a seconda delle proprietà meccaniche che manifesta, viene classificata in ***stati di aggregazione***. I principali stati di aggregazione della materia sono: *solido*, *liquido*, *gassoso*.

Una materia allo ***stato solido*** ha un volume e una forma propria. Una materia allo ***stato liquido*** ha un volume proprio, ma acquisisce la forma del recipiente che la contiene. Una materia allo ***stato gassoso*** non ha né volume né forma propria, ma si espande fino a occupare *tutto lo spazio disponibile*.

Gli *stati della materia* vengono chiamati anche *fasi* ed i *passaggi di stato* vengono chiamati anche *passaggi di fase*.

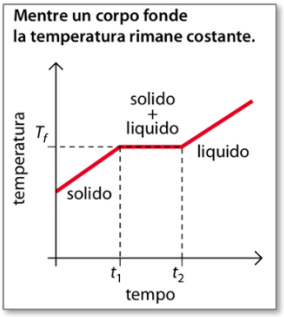
Gli *stati di aggregazione della materia* e i *passaggi di stato* sono riportati nella seguente tabella.



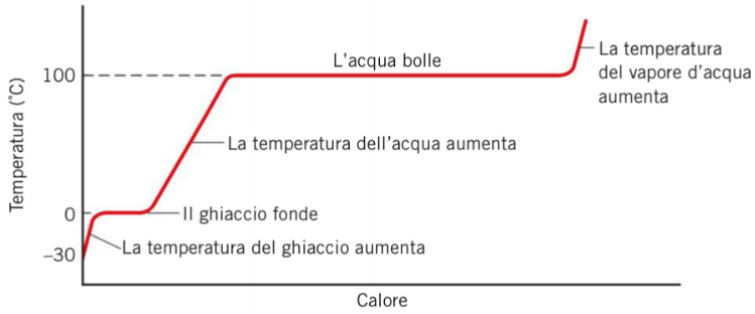
Il passaggio da uno stato all'altro richiede *energia*. Durante il passaggio di stato, l'energia fornita (o assorbita) *non incrementa (o decrementa) la temperatura della sostanza*, bensì agisce sulla forza dei *legami intermolecolari*. Ad esempio, mentre si fa bollire dell'acqua, il calore fornito non ne innalza la temperatura. Il calore fornito *trasforma* l'acqua in vapore mentre la temperatura rimane *costante* a 100 °C.

Si supponga ora di prendere un pezzo di ghiaccio da un congelatore alla temperatura di – 20 °C ovvero 253 K e di lasciarlo alla *temperatura ambiente* di + 20 °C ovvero 293 K.

Il blocco di ghiaccio, *assorbendo calore* dall'ambiente circostante, inizia a riscaldarsi *aumentando la sua temperatura* fino alla *temperatura di fusione* di 0 °C (273 K). Inizia così la sua *fusione*, cioè il *passaggio dallo stato solido allo stato liquido*. Anche la fusione avviene per *assorbimento di calore*. Durante la fusione, però, la temperatura rimane *costante*. A fusione completata, il corpo, ormai tutto liquido, continua ad *assorbire calore* e la sua temperatura *cresce* di nuovo, fino alla *temperatura ambiente*. Nel seguente grafico è sintetizzato il fenomeno descritto.



Se si continuasse a riscaldare l'acqua, ad esempio in una pentola sul fuoco, la temperatura salirebbe ancora, fino alla *temperatura di ebollizione* di 100 °C (373 K). Dopodiché l'evaporazione manterrebbe la temperatura *costante* fino a quando tutta l'acqua sarebbe trasformata in vapore. Nel grafico seguente si può osservare che per aumentare la temperatura dell'acqua liquida è necessario, a parità di massa, *più calore* che per l'acqua solida (ghiaccio). La pendenza del tratto compreso fra le temperature di 0 °C e 100 °C è infatti *minore* della pendenza del tratto compreso fra le temperature di – 30 °C e 0 °C. Ciò perché il calore specifico dell'acqua è più *alto* di quello del ghiaccio. Nel grafico seguente si vede anche che per far *evaporare* tutta l'acqua è necessario più calore di quello necessario per far *fondere* tutto il ghiaccio.



Il calore *acquistato* o *ceduto* da una massa m di una sostanza che cambia il suo *stato di aggregazione* è dato da:

$$Q = \lambda m$$

dove λ è il ***calore latente*** del *cambiamento di stato, caratteristico* di ogni sostanza. Esso è il *calore necessario per far passare l'unità di massa, di una sostanza, da uno stato all'altro*. La sua unità di misura è il J/kg.

La formula precedente ci dice anche che *i cambiamenti di stato avvengono a temperatura costante*.

A seconda del *tipo di passaggio di fase*, si parla di *calore latente di fusione*, *calore latente di vaporizzazione*, ecc.

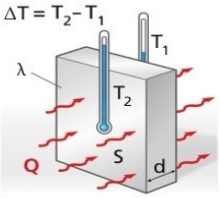
Di seguito una tabella che riporta i *calori latenti di vaporizzazione* dei principali materiali/sostanze.

Sostanza	Temperatura di ebollizione °C	K	Calore di vaporizzazione ($\times 10^6$ J/kg)
Elio	−259	4	0,021
Idrogeno	−253	20	0,452
Azoto	−169	77	0,201
Ossigeno	−183	90	0,213
Etere etilico	−35	308	0,377
Alcol etilico	78	351	0,854
Acqua	100	373	2,253
Glicerina	290	563	0,830
Mercurio	357	630	0,272
Zolfo	445	718	0,327
Piombo	1750	2023	0,871
Argento	2193	2466	2,336
Stagno	2270	2543	2,490

Si osservi, relativamente *all'acqua*, come il *calore di vaporizzazione* è *molto più alto* del *calore specifico relativo ad un grado*. Si ha 2.253.000 J/kg contro 4.186 J/kg. Per questo motivo, quando si è bagnati, si avverte una *sensazione di freddo*. L'acqua, evaporando, *sottrae* una grandissima quantità di calore dal corpo. Il sudore assolve appunto alla funzione di *raffreddamento* del corpo. Quando si rischia che la temperatura del corpo salga troppo interviene il sudore ad abbassarla.

La *legge della conduzione termica*.

Si consideri una piastra di *materiale solido*, come nella seguente figura:



Rapidità di trasferimento del calore

$\frac{Q}{\Delta t}$ è la rapidità con cui il calore fluisce attraverso lo strato di materia. Si misura in joule/secondo, cioè in watt.

Se la temperatura, ai due lati della piastra, è *diversa*, accade che attraverso di essa si innesca un meccanismo di *trasmissione del calore* chiamato ***conduzione***. Sperimentalmente si osserva che la *quantità di calore* che, *nell'unità di tempo*, attraversa la piastra è direttamente proporzionale *all'area* della piastra e inversamente proporzionale allo *spessore* della piastra stessa. La quantità di calore trasferita, inoltre, è tanto più grande quanto più grande è la *differenza di temperatura*. La quantità di calore, infine, *dipende dal materiale* di cui è costituita la piastra.

La ***legge della conduzione termica*** sintetizza le osservazioni precedenti ed è la seguente:

$$\boldsymbol{P_{trasmessa} = \frac{Q}{\Delta t} = \lambda \cdot S \, \frac{\Delta T}{d}}$$

dove:

$P_{trasmessa}$ = potenza termica trasmessa (W)
Q = calore trasmesso (J)
Δt = tempo trascorso (s)
λ = coefficiente di conducibilità termica [W/(m K)]
S = superficie della piastra (m^2)
d = spessore della piastra (m)
ΔT = differenza di temperatura (K o °C)

Il *coefficiente di conducibilità termica* è una costante che *dipende dal materiale* attraverso il quale avviene la conduzione.

Di seguito una tabella con i valori della conducibilità termica per alcuni tipi di materiale.

COEFFICIENTI DI CONDUCIBILITÀ TERMICA

Sostanza	$\lambda_c\left(\frac{W}{m \cdot K}\right)$
Argento	430
Rame	390
Alluminio	240
Acciaio (30% Ni)	105
Ferro	80
Vetro pyrex	1,4
Vetro	0,93
Acqua	0,68
Legno	0,20
Aria secca	0,02

Come si vede, l'aria è il migliore ***isolante termico***. Per questo motivo le finestre delle abitazioni presentano una *camera d'aria* interposta fra *due vetri* e talvolta due camere d'aria interposte fra tre vetri.

Si osservi che il *legno* è un buon *isolante termico* e che *l'acciaio* conduce e disperde il calore, a parità di dimensioni, circa 500 volte di più. Una *sottile* porta di acciaio, dal punto di vista dell'isolamento termico, non è una buona soluzione. I metalli, infatti, sono degli ottimi *conduttori termici*.

Esercizio

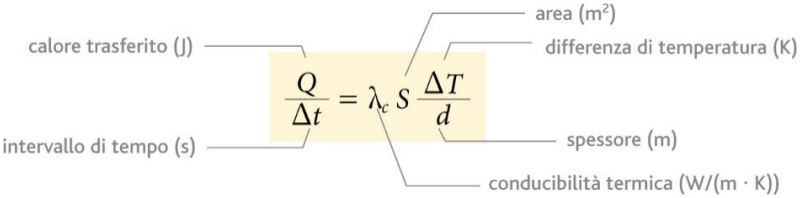
La superficie *esterna* della parete di una stanza di 6 m di larghezza e 3 m di altezza si trova alla temperatura di 5 °C. La parete ha uno spessore di 15 cm ed è formata da mattoni che hanno un *coefficiente di conducibilità termica* di 0,81 W/(m K). Determinare:

a) La quantità di calore che una stufa deve erogare ogni secondo per mantenere all'interno della stanza una temperatura di 25 °C

b) Il *coefficiente di conducibilità termica* del cemento, sapendo che nelle medesime situazioni di dimensioni e temperature, sarebbe necessario fornire ogni secondo 2184 J di energia sotto forma di calore.

Svolgimento

Bisogna trovare *l'energia dissipata attraverso la parete, per unità di tempo*, che è data dalla ***legge della conduzione*** o ***legge di Fourier***:



Pertanto:

$$\frac{Q}{\Delta t} = 0{,}81 \frac{W}{m\,K}\ (6\,m\ \cdot 3m) \frac{25\,°C - 5\,°C}{0{,}15\,m} = 1944\,W$$

Ovvero l'energia che attraversa la parete in un secondo è pari a **1944 J**.

Si osservi che non è necessario trasformare i gradi Celsius in gradi kelvin perché, trattandosi di una *differenza* di temperature, il risultato non cambia.

Per rispondere alla seconda domanda bisogna ricavare la formula inversa che esplicita il *coefficiente di conducibilità termica*:

$$\lambda_c = \frac{P\,d}{S\,\Delta T}$$

dove $P = \frac{Q}{\Delta t}$ è la *potenza* fornita dalla stufa.

Sostituendo i valori, si ha:

$$\lambda_c = \frac{2184\ W \cdot 0{,}15\ m}{6\ m\ \cdot 3\ m\ \cdot 20\ °C} = 0{,}91\ \frac{W}{m\,K}$$

Convezione e irraggiamento.

Oltre che per *conduzione*, il calore si può propagare anche per *convezione* e *irraggiamento*.

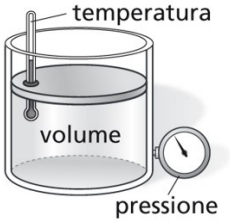
La **convezione** è una forma di propagazione del calore *caratteristica dei fluidi*. Essa, a differenza della conduzione, è accompagnata da spostamento di materia. Quando si deve far bollire l'acqua per la pasta, si ha una *conduzione* attraverso il fondo della pentola e una *convezione* all'interno dell'acqua. Si generano i cosiddetti *moti convettivi*.

L'irraggiamento è una propagazione del calore mediante *onde elettromagnetiche*. Non è necessaria la presenza di un mezzo materiale, le onde elettromagnetiche si propagano anche *nel vuoto*. È grazie a questo tipo di propagazione che arriva sulla Terra l'energia del Sole.

La *legge di Boyle*.

La *legge di Boyle* vale per i *gas perfetti*, cioè quei *gas ideali* che hanno le molecole *puntiformi* e *non interagenti*. E per i quali gli *urti* fra le molecole stesse sono *perfettamente elastici*. Le molecole si dicono *non interagenti* quando fra di loro non esistono forze di interazione a distanza.

Lo ***stato*** di un gas perfetto è descritto da *tre grandezze*: la ***pressione p***, il ***volume V***, la ***temperatura T***.



I *gas reali* si comportano con *buona approssimazione* come *gas perfetti* quando la *pressione è sufficientemente bassa* e la *temperatura sufficientemente alta*.

La ***legge di Boyle*** dice che, per un gas a *temperatura costante*, *pressione e volume sono inversamente proporzionali*, ovvero il loro prodotto è costante, cioè:

$$\mathbf{p_1 V_1 = p_2 V_2}$$

dove:

p_1 = pressione (Pa) allo stato 1
V_1 = volume (m^3) allo stato 1
p_2 = pressione (Pa) allo stato 2
V_2 = volume (m^3) allo stato 2

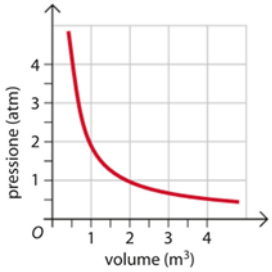
In generale:

$$\mathbf{p \cdot V = costante}$$



In figura si osserva che *aumentando la pressione* (aggiungendo i pesi) *diminuisce il volume* del gas. Per tenere la *temperatura costante* bisogna effettuare la compressione *molto lentamente* in modo da permettere la *dissipazione del calore*, prodotto dalla compressione stessa, attraverso le pareti, ad *alta conducibilità*, del recipiente.

La *rappresentazione grafica* della *legge di Boyle* nel ***piano p-V*** è la seguente.



Il *piano p-V* è detto *piano di Clapeyron*. Ogni punto, sul piano di Clapeyron, rappresenta uno *stato termodinamico* di un determinato gas.

Esercizio

Un cilindro con pistone contiene un volume di gas di 250 ml alla pressione di 1,00 atm ed alla temperatura di 25°C. Estraendo il pistone fino a portare il volume a 750 ml, senza variare la temperatura, quale sarà il nuovo valore della pressione?

Svolgimento

Dalla legge di Boyle

$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

si ha:

$$p_2 = \frac{p_1 \ V_1}{V_2} = \frac{1{,}00 \ atm \ \ 250 \ ml}{750 \ ml} = 0{,}33 \ atm$$

Si può osservare che quando il volume diventa il triplo la pressione diventa un terzo.

Le *trasformazioni termodinamiche.*

Uno *stato di equilibrio* del gas è quella condizione corrispondente ad un determinato valore di *pressione*, *volume* e *temperatura*. Modificando una di queste grandezze, l'equilibrio viene alterato.

Una ***trasformazione termodinamica*** è il *passaggio da uno stato di equilibrio ad un altro*. Un gas subisce una *trasformazione termodinamica* quando *scambia energia* con *l'ambiente esterno*.

Le trasformazioni più semplici da studiare sono quelle in cui una grandezza viene mantenuta *costante*. A seconda della grandezza (p, V, T) che viene mantenuta *costante*, si possono avere diverse trasformazioni termodinamiche.

Trasformazione *isoterma*

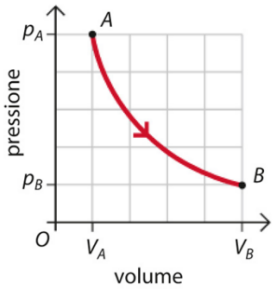
Una *trasformazione isoterma (o isotermica)* è una trasformazione che avviene a *temperatura costante*:

T = costante

Abbiamo visto che, quando la temperatura è costante, vale la legge di Boyle:

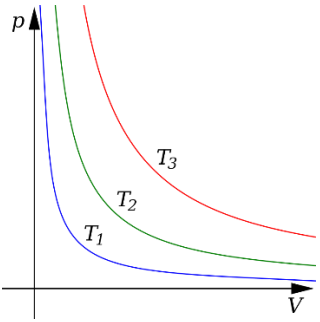
p ·V = costante

Una *trasformazione isoterma*, nel *piano di Clapeyron*, è pertanto rappresentata da *un'iperbole equilatera*.



A seconda della *temperatura del gas*, la curva si trova più o meno lontano dall'origine. In particolare, *più la temperatura è alta e più la curva è lontano dall'origine*. Nella seguente figura, si ha:

$$\mathbf{T_1 < T_2 < T_3}$$

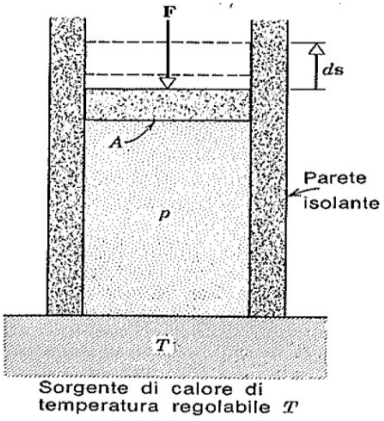


Trasformazione *isobara*

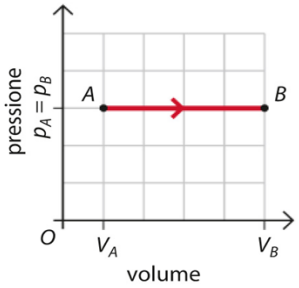
Una *trasformazione isobara (o isobarica)* è una trasformazione a *pressione costante*:

$$\mathbf{p = costante}$$

Nella seguente figura si vede il pistone che tiene intrappolato il gas con una *forza costante* applicata su di esso. La forza genera una pressione pari ad F/A. Alla base c'è una piastra a *temperatura variabile*. Man mano che si *aumenta la temperatura* della piastra, il gas si espande facendo salire il pistone di una quantità ds. Quindi, in una *trasformazione isobarica*, un *aumento di temperatura* comporta un *aumento di volume*.



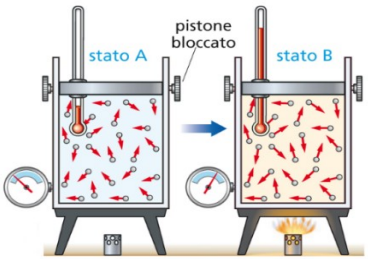
Nel *piano p-V,* un'isobara è rappresentata da una *retta orizzontale*.



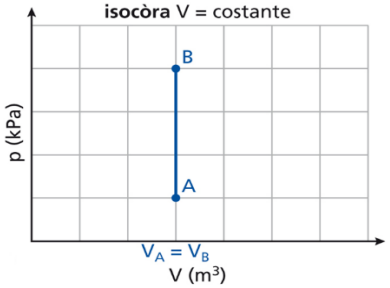
Trasformazione *isocora*

Una *trasformazione isocora (o isovolumica)* è una trasformazione a *volume costante*:

V = costante

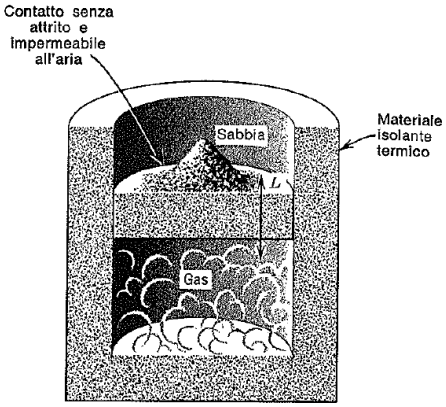


Una trasformazione isocora, nel *piano p-V* è rappresentata da una *retta verticale*.



Trasformazione *adiabatica*

Una *trasformazione adiabatica* è una trasformazione *senza scambi di calore con l'esterno*.



Come si vede, il recipiente della figura è formato da materiale isolante termico e le sue pareti sono molto *spesse*. Per far sì che non ci sia *dispersione di calore*, nella pratica, è utile effettuare *velocemente* le operazioni di *compressione* o di *espansione*. Nel piano p-V, le *trasformazioni adiabatiche* sono rappresentate da curve simili alle isoterme ma con una maggiore decrescenza.

FISICA MODERNA

TEORIA DELLA RELATIVITÀ

Definizioni generali.

Interferometro

Strumento per la *misura di distanze* basato sulle proprietà di *interferenza* delle onde luminose.

In astronomia gli interferometri vengono usati per misurare il diametro dei pianeti, la distanza tra stelle e i diametri stellari.

Un interferometro particolarmente famoso è quello ideato da Albert A. Michelson nel 1880 e da lui utilizzato insieme a Edward W. Morley per realizzare l'esperimento che porta il loro nome.

Interferenza

Fenomeno dovuto alla *sovrapposizione*, in un punto dello spazio, di due o più onde.

Si osserva è che l'intensità (o ampiezza) dell'onda risultante in quel punto può essere *diversa* rispetto alla somma delle intensità associate ad ogni singola onda di partenza; in particolare, essa può variare tra un minimo, in corrispondenza del quale non si osserva alcun fenomeno ondulatorio, ed un massimo coincidente con la somma delle intensità.

In generale, si dice che l'interferenza è *costruttiva* quando l'intensità risultante è maggiore rispetto a quella di ogni singola intensità originaria, e *distruttiva* in caso contrario.

Interferometro di Michelson *e Morley*

L'interferometro di Michelson e Morley è la tipologia più comune di interferometro e prende il nome dagli inventori.

Nell'interferometro di Michelson e Morley un fascio di luce viene scomposto, mediante uno specchio semiargentato, in due fasci perpendicolari di uguale intensità che percorrono un'uguale distanza prima di incontrare due specchi che li riflettono. Subita la riflessione, i due fasci

compiono il cammino inverso e vanno a interferire, originando una successione di anelli circolari concentrici alternativamente luminosi e scuri (figura di interferenza). Se il *cammino ottico* lungo i due bracci dell'interferometro è per qualche motivo modificato, gli anelli concentrici si spostano ed è possibile stabilire una *relazione tra lo spostamento degli anelli e la deformazione del cammino ottico*.

Originariamente Michelson aveva ideato lo strumento per verificare l'esistenza di un etere in quiete assoluta; la Terra, infatti, nel suo moto di rivoluzione intorno al Sole si muove con una velocità di circa 30 km/s. Il moto della Terra attraverso l'ipotetico mezzo etereo in quiete avrebbe alterato la velocità della luce nei due bracci modificando il cammino ottico dei due fasci di luce. Il risultato nullo dell'esperimento fu importante per i successivi sviluppi della fisica.

Il famoso *esperimento di Michelson-Morley* contribuì a dimostrare che **l'etere non esiste** e che **la luce e tutte le onde elettromagnetiche si possono propagare nel vuoto**. Questo risultato fu un importante passo nella formulazione della *teoria della Relatività Ristretta*, pubblicata nel 1905 da Albert Einstein.

Utilizzando lo stesso schema dell'interferometro di Michelson e Morley si sono oggi costruiti apparecchi ultrasensibili con *cammini ottici perpendicolari* della lunghezza di chilometri, come *l'interferometro Virgo*.

Con questi strumenti è stata verificata l'esistenza delle *onde gravitazionali*, la cui presenza modifica i cammini ottici.

Interferometro VIRGO

Rivelatore interferometrico di onde gravitazionali del tipo interferometro di Michelson, con bracci lunghi 3 km, situato nel comune di Cascina (PI), in località Santo Stefano a Macerata. La costruzione dell'apparecchiatura è terminata nel 2003.

Virgo è stato progettato e costruito attraverso una collaborazione fra il *Centre National de la Recherche Scientifique (*CNRS) francese e *l'Istituto Nazionale di Fisica Nucleare (INFN) italiano*.

La Teoria della Relatività Ristretta.

Con la ***teoria della Relatività Ristretta*** cade il concetto, a cui siamo abituati, di *tempo assoluto* e *lunghezza assoluta* e si scopre il concetto di *tempo relativo* e *lunghezza relativa*. Il tempo, insieme allo spazio, entra in un concetto più ampio che è quello di **spazio-tempo**.

Per la *teoria della relatività*, la grandezza *assoluta* è invece la ***velocità della luce***. Essa è la stessa in tutti i *sistemi di riferimento inerziali* ed è pari a circa 3×10^8 m/s.

Lo spazio-tempo

Lo **spazio-tempo** è un concetto fisico che combina le nostre classiche nozioni tradizionalmente distinte di spazio e di tempo in un'unica entità omogenea. Così come nella nostra visione classica dello spazio le sue ***tre dimensioni*** sono omogenee fra loro e *relative* all'osservatore, così anche la dimensione temporale (prima e dopo) è *relativa* all'osservatore ed è percepibile in modo diverso da osservatori diversi.

All'avvicinarsi alla velocità della luce, le lunghezze si *contraggono*, il tempo si *dilata*, la massa *aumenta*.

La *lunghezza* di un oggetto è quindi *relativa* alla velocità con cui esso si muove. Alle velocità cui siamo abituati, le variazioni di lunghezza di un oggetto sono *infinitesime* mentre diventano rilevanti quando le velocità diventano *prossime* a quelle della luce. Analogamente, il **tempo** è *relativo* alla velocità di un osservatore, esso diventa tanto più dilatato quanto più la velocità è vicina alla velocità della luce. Le velocità *prossime* a quelle della luce vengono dette ***velocità relativistiche***.

La massa e l'energia

La **massa** di un oggetto non è assoluta ma è anch'essa relativa, *relativa* alla velocità dell'oggetto. Man mano che ci si avvicina alla velocità della luce, la massa dell'oggetto *aumenta* fino a valori *tendenti ad infinito* al tendere della sua velocità a quella della luce. Per questo motivo diventa

sempre più difficile *accelerare* un corpo man mano che la sua velocità si avvicina a quella della luce. Ne consegue che **la velocità della luce non può mai essere raggiunta**.

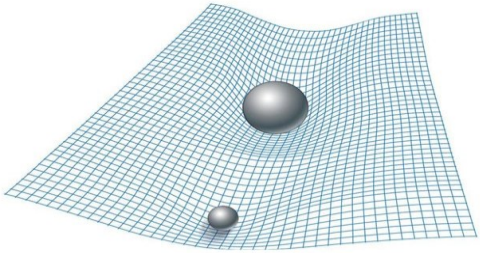
Al risultato di sopra si può giungere anche mediante considerazioni energetiche. Cioè, la velocità della luce non può essere raggiunta in quanto occorrerebbe un'energia *infinita* essendo l'energia cinetica di un corpo direttamente proporzionale alla sua massa.

Un altro importantissimo risultato a cui si è giunti con la Teoria della Relatività è quello **dell'equivalenza fra massa ed energia**, secondo la famosa equazione: $\mathbf{E = m\,c^2}$ dove **c** è la velocità della luce.

La Teoria della Relatività Generale.

La **Teoria della Relatività Generale** afferma che lo *spazio-tempo* viene più o meno *incurvato* dalla presenza di una massa; un'altra massa più piccola si muove allora come effetto di tale curvatura.

Spesso, si raffigura la situazione come una palla che, con il suo peso, deforma un telo elastico teso, mentre un'altra palla più piccola viene accelerata da questa deformazione del piano ed in pratica attratta dalla prima.



Modello semplificato: telo elastico modificato da una sfera pesante → una seconda sfera segue l'inclinazione come se fosse attratta dalla prima.

Le masse dicono allo spaziotempo come incurvarsi, lo spaziotempo dice alle masse come muoversi. **La gravità è spaziotempo in azione.**

Lo spazio-tempo e la gravità

La *Teoria della Relatività Generale* estende il concetto di spazio-tempo, rendendolo *causa* di quella che noi siamo abituati a chiamare ***gravità***.

La presenza di masse *incurva* la geometria dello *spazio-tempo*. E nello spazio-tempo, *le masse si muovono come particelle libere che seguono le* ***geodetiche***, ovvero le *linee di minima lunghezza*.

I pianeti, ad esempio, seguono *traiettorie curvilinee* perché lo spazio-tempo nel quale essi si muovono risulta curvato da altre masse più grandi, oltre che da loro stessi.

Ogni massa risente soltanto della geometria dello spazio-tempo in cui si trova, anche se l'effetto globale può dare *l'impressione* che esista una forza che agisce su di essa.

In altre parole, le masse "dicono" allo spazio-tempo come incurvarsi e lo spazio-tempo "dice" alle masse come muoversi.

Se i punti materiali sono soggetti ad altre forze (per esempio di natura elettrica) le loro traiettorie nello spazio-tempo ne risentono: esse non sono più geodetiche, ma possono essere calcolate, come si fa in meccanica, conoscendo le forze applicate.

Ciò conferma che, nel contesto della teoria della relatività, la gravità ha un ruolo del tutto peculiare: le sue caratteristiche non sono dovute, come accade per l'elettromagnetismo o per i fenomeni nucleari, a forze che agiscono nello spazio-tempo, ma alla stessa *struttura geometrica dello spazio-tempo*.

Nell'ottica dello spazio-tempo incurvato dalla presenza delle masse, anche la luce subisce gli effetti di quella che siamo abituati a chiamare "gravità", perché anche essa segue le geodetiche dello spazio-tempo. La luce, quindi, in prossimità di grandi masse, segue dei percorsi sensibilmente *curvilinei*.

Un altro risultato della Relatività Generale è l'uguaglianza fra la *massa inerziale* e la *massa gravitazionale*.

La scoperta delle *onde gravitazionali*: una *conferma sperimentale* della teoria della Relatività Generale.

Le *onde gravitazionali* sono **oscillazioni della curvatura dello spazio-tempo**. Esse viaggiano alla *velocità della luce* e sono una *conseguenza della gravitazione*. Albert Einstein ne predisse l'esistenza nel 1916, come conseguenza della sua *teoria della Relatività Generale*, pubblicata nel 1915.

Nella *Relatività Generale*, la *gravità* può essere interpretata come una *conseguenza della forma dello spazio-tempo*. Le equazioni di Einstein dicono che la presenza di un corpo dotato di massa *deforma* lo spazio-tempo intorno a sé. Possiamo immaginare lo *spazio-tempo* come un foglio di gomma. Se vi appoggiamo sopra una massa il foglio elastico sarà deformato e qualunque cosa su di esso si muoverà seguendone la curvatura. Noi descriviamo tutto questo come dovuto ad una *forza attrattiva* che chiamiamo *gravità*. La luce, a sua volta, viaggia in linea retta in uno spazio-tempo *piatto*, ma, vicino ad un oggetto massiccio, anche la luce seguirà la *curvatura dello spazio-tempo*, come se fosse attratta dalla massa.

L'11 febbraio 2016 è stata confermata l'esistenza delle onde gravitazionali grazie allo studio condotto sull'impatto di due *buchi neri*. **Le onde gravitazionali sono state rivelate il 14 settembre 2015**, alle 10:50:45 ora italiana.

Le onde gravitazionali rivelate sono state prodotte nell'ultima frazione di secondo del processo di **fusione di due buchi neri**, di massa equivalente rispettivamente pari a circa 29 e 36 ***masse solari***, in un unico buco nero più massiccio di circa 62 masse solari: le 3 masse solari mancanti al totale della somma equivalgono *all'energia* emessa durante il processo di fusione dei due buchi neri, sotto forma di onde gravitazionali. I due buchi neri si sono fusi fra loro ad una distanza di circa 1,3 miliardi *anni-luce* dalla Terra.

Si osserva ancora che l'esposizione appena trattata è molto lontana dal nostro senso comune perché gli effetti della Relatività Ristretta sono evidenti soltanto quando i moduli delle velocità in gioco si avvicinano alla *velocità della luce*, e, in modo analogo, gli effetti della Relatività Generale si manifestano compiutamente quando sono in gioco *grandi masse*, in modo che l'accelerazione di gravità è enorme.

APPENDICI

GALILEO E LA DINAMICA

Oggi sappiamo che un corpo può rimanere in *moto rettilineo uniforme* solo se la *somma delle forze* ad esso applicate è *pari a zero* oppure se ad esso non è applicata nessuna forza. Questo principio è in contrasto con il senso comune. Tutti sappiamo, infatti, che qualsiasi automobile *tende a fermarsi* se il motore smette di funzionare. Se, però, si fa un'osservazione più profonda del moto di un'automobile ci si accorge che essa si ferma per il solo fatto che esiste *l'attrito*, che è anch'esso una forza. E che quindi, in realtà, quando un'auto si muove di moto rettilineo uniforme, il motore non fa altro che *compensare* la forza d'attrito. Galileo è stato il primo ad intuire questi fatti fisici sul moto dei corpi ed è quindi il fondatore della dinamica. Arrivò alle sue conclusioni studiando, in particolare, la caduta dei gravi.

Aristotele credeva che la velocità dei corpi che cadono fosse proporzionale alla loro massa. Galileo fu il primo a confutare la teoria aristotelica. Contro di essa Galileo adduce un fatto di esperienza ed un ragionamento. L'esperienza ci mostra, infatti, che due corpi di peso diverso arrivano a terra circa nello stesso istante. E se si legano i corpi la velocità di caduta dovrebbe, secondo la teoria aristotelica, essere la media della velocità che i singoli corpi avrebbero se fossero separati, e nello stesso tempo dovrebbero avere una velocità pari alla somma delle velocità dei corpi separati, il che è contraddittorio.

Galileo fu il primo a sostenere che la Terra si muovesse. L'obiezione che, a tal proposito, gli si faceva era la seguente: se la Terra si muove, allora un sasso lasciato cedere da una torre dovrebbe toccare il suolo distante dai piedi della torre. Per smentire tale obiezione Galileo dovette ricorrere al *principio d'inerzia*, ad egli ben noto, come si può dedurre leggendo alcune parti del suo "Dialogo". Allo stesso modo, mediante il principio d'inerzia, Galileo smentiva la convinzione aristotelica secondo la quale "un sasso lasciato cadere dalla cima dell'albero di una nave in movimento, non sarebbe caduto ai piedi dell'albero ma verso poppa".

Galileo può essere considerato il fondatore della scienza moderna perché ridestò l'uomo da un'acritica accettazione dell'autorità di Aristotele; tracciò le linee di un *metodo sperimentale* in cui l'esperienza sensibile e la ragione venivano a trovarsi insieme congiunte nel comune sforzo di ricerca; e dimostrò egli stesso la validità e l'efficacia di tale metodo con la verifica sperimentale delle teorie proposte e con la costruzione di strumenti utili al sapere e alla tecnica

degli uomini. In particolare, Galilei è il fondatore della *dinamica* (studia le leggi sui movimenti dei corpi in relazione alle forze ad essi applicate). I risultati da lui raggiunti nel campo della meccanica favorirono l'accettazione del sistema copernicano da parte del mondo scientifico ed aprirono la strada allo sviluppo della meccanica celeste.

Galileo studiò la fisica aristotelica all'università di Pisa, ma cominciò subito ad analizzarla criticamente. Mentre gli aristotelici avevano un approccio di tipo qualitativo e filosofico nei confronti del mondo fisico, il quale veniva descritto per categorie e mai sottoposto a *verifiche sperimentali*, lo scienziato cercò di sviluppare un metodo di indagine quantitativo e matematico. Uno degli oggetti di indagine riguardò il moto dei corpi materiali, in particolare quello dei corpi in caduta libera. Secondo la fisica aristotelica, il moto di un corpo è determinato dalle forze alle quali è soggetto; per un corpo in caduta, esse sarebbero il suo peso e la resistenza dell'aria. Quindi, secondo questa visione, un corpo lasciato cadere da una determinata altezza raggiungerebbe il suolo tanto più velocemente quanto maggiore è il suo peso. Galileo cominciò ad investigare criticamente questa ipotesi ed arrivò alla conclusione che tutti i corpi nel vuoto (cioè non soggetti alla resistenza dell'aria o di un altro mezzo materiale) cadono con *accelerazione costante*, indipendentemente dal materiale di cui sono composti, dal loro peso o dalla loro forma, e che la distanza che essi percorrono durante la caduta è *proporzionale al quadrato del tempo* impiegato per percorrerla.

TECNOLOGIE DIGITALI

Il computer, oltre ad essere un ottimo strumento di studio e di lavoro, si appresta ad essere lo strumento di comunicazione del nuovo millennio. Le persone che hanno un computer e che sono collegate ad Internet crescono sempre di più. La crescita dei collegamenti induce sempre più aziende a rendere disponibili su Internet più servizi. La presenza di più servizi su Internet induce altre persone a collegarsi, e così via, secondo un *circolo virtuoso*.

La *posta elettronica* permette di scambiare dati e documenti digitali da un punto all'altro del Mondo con estrema velocità. Interi progetti possono essere trasferiti da uno studio all'altro o da una Università all'altra senza consumare carta e senza impiegare tempo.

Grazie ad Internet *l'attrito della comunicazione* è ridotto al minimo. Non occorrono carte, non occorrono francobolli, non occorre fare code, non occorrono mezzi di trasporto e di distribuzione, non si è soggetti a orari né a giorni feriali o festivi. Bisogna anche dire, comunque, che Internet non si pone l'obiettivo di sostituire in tutto gli strumenti di comunicazione attuali. Così come la televisione non ha sostituito il Cinema, non è detto che Internet sostituirà la televisione, le librerie, le edicole. Diverso è il discorso per quanto riguarda gli *ipertesti*. Questi ultimi, infatti, possono essere letti esclusivamente con l'uso del computer. Con l'ipertesto viene ad essere superata la *lettura sequenziale*, che rimane praticamente l'unico tipo di lettura permessa dalla carta stampata, e si passa ad una lettura che permette, nell'ambito di uno stesso contesto, di *saltare* da un argomento all'altro a seconda delle proprie esigenze e conoscenze dell'argomento che si sta leggendo. Le modalità di lettura di un ipertesto diventano così pressoché infinite, a seconda del lettore e delle priorità che si danno alle varie parti dell'ipertesto stesso.

Per le ragioni esposte, l'uso del computer e di Internet si fa sempre più utile e necessario, sia per il singolo individuo, sia per la collettività in generale. Una società che può contare su una valida infrastruttura telematica è sicuramente destinata a crescere, migliorare e progredire più rapidamente rispetto ad una società dotata di scarsi collegamenti. Il discorso è lo stesso che vale per i collegamenti stradali, ferroviari e aerei. Ecco, quindi, alcuni dei motivi per i quali credo che l'uso del computer e di Internet vada incentivato. Così facendo, infatti, si andrà accelerare la sua già naturale crescita dettata dallo scopo di lucro e dalle leggi del mercato. Ogni individuo che avrà familiarità con le nuove

tecnologie riguardanti le telecomunicazioni si troverà certamente avvantaggiato in futuro, e ogni persona in più che farà uso dei nuovi strumenti informatici contribuirà allo sviluppo e alla crescita della società intera.

Per rendersi conto di ciò, nell'ambito della comunicazione, si può fare un'analogia con i grandi eventi del passato come l'invenzione della *stampa*, del *telefono*, e della *televisione* e di come tali eventi hanno cambiato la vita. Ma anche considerando solo gli ultimi anni, si può constatare come il crescente numero di utenti di computer ha permesso di passare dai vecchi PC degli anni Ottanta dotati di *interfaccia a riga di comando* (DOS) ai computer attuali dotati di *interfaccia grafica* (Windows) estremamente più facili da usare, più funzionali e più versatili, più potenti, più multimediali. L'evoluzione che c'è stata non sarebbe stata possibile senza la crescita degli utilizzatori dei computer. E oggi che il computer ha raggiunto facilità d'uso, versatilità e basso costo d'acquisto esso sta diventando appetibile sempre a più persone e si è avverata la profezia di Bill Gates, *un computer su ogni scrivania*.

Il foglio di calcolo.

Il *foglio di calcolo* è un'applicazione che permette di eseguire un grosso numero di calcoli ad altissima velocità.

Un esempio significativo dell'utilità del foglio di calcolo può essere quello delle *Tabelle millesimali* per un fabbricato per civili abitazioni. Una volta noti i *Volumi convenzionali* delle varie *Unità immobiliari* si possono ricavare con molta rapidità i *valori millesimali* delle stesse. Lo stesso calcolo fatto *a mano* comporterebbe un lavoro molto maggiore e un tempo molto più lungo. Si dovrebbero infatti fare tutti i calcoli con la calcolatrice e si dovrebbero disegnare a mano le relative tabelle. La precisione e la rapidità ottenibile con il computer, sia per quanto riguarda i calcoli sia per quanto riguarda il disegno delle tabelle, non è paragonabile con il corrispondente lavoro fatto a mano. E poi se, durante il lavoro o addirittura a fine lavoro ci si accorge di aver commesso un errore nella misura anche di un solo volume convenzionale, a mano bisognerebbe rifare tutto da capo, impiegando ancora più tempo di prima perché magari si è arrabbiati per aver trovato l'errore. Con il computer invece basta sostituire il valore del volume convenzionale sbagliato a misurare ed ecco che tutti i calcoli basati su esso vengono rifatti automaticamente nel tempo di qualche centesimo

di secondo! E per quanto riguarda le tabelle? Non cambia niente, perché vengono aggiornate automaticamente. Bisogna solo stamparle.

Il foglio di calcolo può essere usato anche per fare la *ripartizione* di una spesa condominiale in base ai valori dei *millesimi* delle singole unità immobiliari. Il tempo impiegato per compiere le varie operazioni è pressoché indipendente dal numero delle unità immobiliari, siccome si possono usare le funzioni *Taglia*, *Copia*, *Incolla*. Non è difficile comprendere il vantaggio che si ottiene nel caso in cui, ad esempio, si debbano realizzare le *tabelle millesimali* per un edificio composto da un centinaio di unità immobiliari.

L'uso del foglio di calcolo, inoltre, si estende a tutte discipline. Un atlante geografico, per esempio, è pieno di grafici, ottenibili anche con le funzioni disponibili nel foglio di calcolo, una volta che si hanno a disposizione i dati.

Excel in breve.

Il *foglio di calcolo* più diffuso è Microsoft Excel. I file di Excel sono comunemente definiti *Cartelle di lavoro*. Ogni *Cartella di lavoro* è poi organizzata in *Fogli di lavoro*: un foglio quadrettato, le cui *colonne* sono indicate con le lettere dell'alfabeto e le cui *righe* sono indicate con i numeri. L'unità che risulta dall'intersezione di una riga con una colonna è detta *cella*. Il nome del foglio di lavoro attivo è visualizzato nella parte inferiore della cartella di lavoro.

La *cella* è l'unità all'interno della quale l'utente può inserire *numeri*, *parole* e *formule*. Le *formule* sono operazioni che prendono in considerazione una o più celle, ne esaminano il contenuto e restituiscono un risultato. Le formule possono essere molto elementari (come la somma di due numeri) o estremamente complesse; è possibile affidarsi alle formule standard già previste dal programma, oppure costruire formule nuove, in base alle proprie esigenze specifiche. Una volta inseriti numeri e formule (l'inserimento di testi in un foglio Excel è quasi sempre finalizzato a comprendere meglio i numeri), è possibile rappresentare i dati attraverso i grafici, particolarmente facili da realizzare e da modificare in seguito: è sufficiente, infatti, modificare i numeri contenuti all'interno del foglio di lavoro per ottenere una corrispondente modifica della rappresentazione grafica.

LA LEGGE FONDAMENTALE DELLA DINAMICA

La *legge fondamentale della dinamica*, in termini qualitativi, si potrebbe enunciare nel seguente modo: il moto di un corpo soggetto ad una *forza costante* è un moto con *accelerazione costante*, cioè un *moto uniformemente accelerato*. Se la forza aumenta, anche l'accelerazione aumenta; se la forza diminuisce, anche l'accelerazione diminuisce. Questa legge, dal punto di vista quantitativo, può essere compresa analizzando il seguente caso concreto: quello di un autoveicolo in *moto rettilineo* (non uniforme), con cambio a *variazione continua* di velocità e motore alla *massima potenza costante*. In tali circostanze *l'accelerazione* subita dal veicolo è molto grande alla partenza (teoricamente tendente all'infinito) e poi *decrescente* all'aumentare della velocità, fino ad *annullarsi* quando la forza del motore è *equilibrata* completamente dall'attrito, dovuto principalmente alla resistenza dell'aria.

Le *forze* che agiscono su di un autoveicolo in moto rettilineo, nel senso di marcia, sono due: la **Forza motrice** del motore e la **Resistenza** dovuta agli *attriti* (resistenza dell'aria, attrito volvente ruote-asfalto, attrito degli ingranaggi, dei cuscinetti, ecc.).

La **Forza motrice** ha il verso tale da spingere avanti l'auto, mentre la **Resistenza** *si oppone al moto* ed ha il verso *opposto* a quello della **Forza motrice.**

Quando un veicolo si muove a *velocità costante* le due forze suddette sono di *uguale* intensità. Se le due forze *non* hanno la stessa intensità il veicolo accelera (o decelera).

L'espressione della **Forza motrice**, in funzione della **velocità**, è la seguente:

$$\mathbf{F_m = P / v}$$

dove:

F_m = Forza motrice (N)
P = Potenza (W)
v = velocità (m/s)

L'espressione della **Resistenza**, in funzione della **velocità**, è la seguente:

$$\mathbf{R = a\, v^2 + c}$$

dove:

R = Resistenza (dovuta all'aria e all'attrito ruote-asfalto), in N

a = coefficiente di aerodinamicità, in N s^2/m^2

c = forza d'attrito volvente fra ruote e asfalto, in N

La *differenza* fra le forze in questione si può indicare con $\mathbf{F_r}$ cioè:

$$\boldsymbol{F_r = F_m - R}$$

La legge che regola il moto dell'autoveicolo è la ***legge fondamentale della dinamica***, ovvero:

$$\boldsymbol{F_r = m\ a}$$

in cui:

F_r = Forza risultante applicata all'auto, in N

m = massa dell'auto, in kg

a = accelerazione dell'auto, in m/s^2

Caso in cui $F_m = R$

In questo caso risulta che la *Forza motrice* è uguale alla *Resistenza* e quindi la *Forza risultante* applicata al veicolo è *nulla*, cioè:

$$F_r = F_m - R = 0$$

In questa circostanza il veicolo si muove a *velocità costante* ovvero di *moto rettilineo uniforme*.

Infatti, dalla *legge fondamentale della dinamica* $\mathbf{F_r = m\ a}$ risulta che: se $\mathbf{F_r}$ è uguale a zero, anche **a** deve essere uguale a zero, essendo la massa **m** sempre positiva.

In simboli:

$$F_r = 0 \Leftrightarrow a = 0$$

Se $F_r = 0$ allora $a = 0$ e viceversa.

E quando l'accelerazione è nulla la velocità è *costante*.

Caso in cui $F_m > R$

In questo caso risulta che la *Forza motrice* è maggiore della *Resistenza* e quindi la *Forza risultante* applicata al veicolo è *maggiore* di zero, cioè:

$$F_r = F_m - R > 0$$

In questa circostanza il veicolo *accelera*, ovvero aumenta la sua velocità.

In simboli:

$$F_r > 0 \Leftrightarrow a > 0$$

Se $F_r > 0$ allora $a > 0$ e viceversa.

CREAZIONE DELLA TABELLA E DEI GRAFICI

Le *grandezze* di cui si vuole fare il grafico sono la *Forza motrice* e la *Resistenza*, al variare della *velocità*.
Le altre *grandezze* in gioco (la Potenza **P** e le costanti **a**, **c**) sono *assegnate* e nelle *celle* del foglio di calcolo vanno immessi i loro *valori*.
Assegniamo per tali grandezze i seguenti valori:

Potenza = 51,45 kW
a = 0,3888 N s^2/m^2
c = 200 N

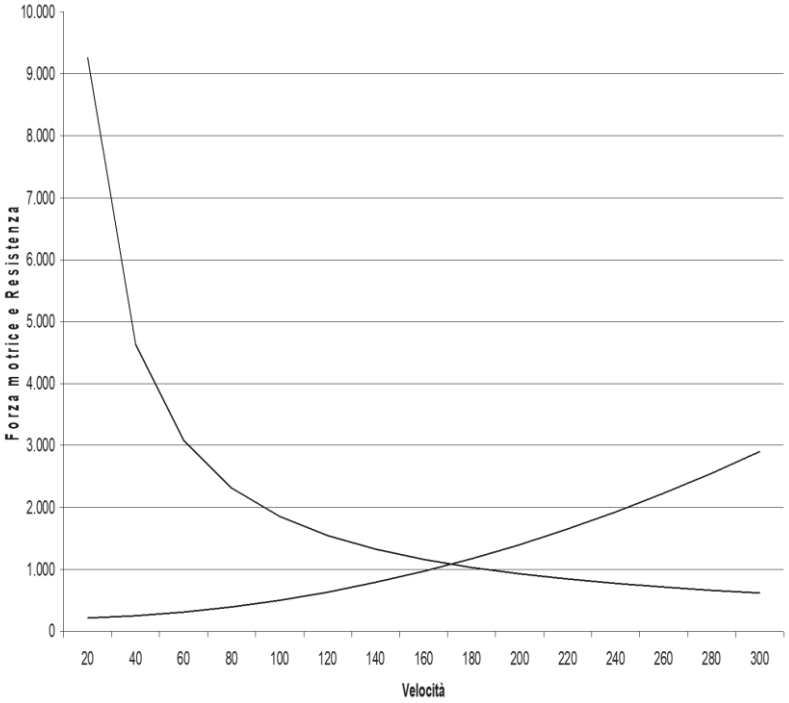
Nella tabella, una prima colonna verrà usata per inserire i *valori* della *variabile indipendente* **v**. Tali valori saranno assegnati secondo un intervallo prefissato **Δv**. Nelle colonne a fianco verranno inserite rispettivamente le *formule* della *Forza motrice* e della *Resistenza*.
Una volta note le *serie di valori* delle *variabili* di cui si vuole tracciare il *grafico*, si procede facendo clic su *"Creazione guidata Grafico"* in Excel.
Si osserva che la presente esercitazione risulta essere utile anche per apprendere il concetto di *funzione di una variabile*. Infatti, le espressioni della **Forza motrice** e della **Resistenza** sono due *funzioni* della velocità.

Forza motrice, Resistenza al moto

Velocità	Forza motrice	Resistenza
(km/h)	(N)	(N)
20	9.261	212
40	4.631	248
60	3.087	308
80	2.315	392
100	1.852	500
120	1.544	632
140	1.323	788
160	1.158	968
180	1.029	1.172
200	926	1.400
220	842	1.652
240	772	1.928
260	712	2.228
280	662	2.552
300	617	2.900

Δ v	Potenza	a	c
(km/h)	(kW)	($N\ s^2/m^2$)	(N)
20	51,45	0,3888	200

GRAFICI FORZA MOTRICE E RESISTENZA



L'INDUZIONE ELETTROMAGNETICA

L'induzione elettromagnetica è un fenomeno per il quale si genera *corrente elettrica* tramite il magnetismo. Facendo ruotare una spira in un campo magnetico si ha una *variazione* del *flusso magnetico* che attraversa la spira stessa. Questa variazione di flusso magnetico fa nascere una *forza elettromotrice* (fem) all'interno della spira. La forza elettromotrice poi produce una *corrente elettrica*.

La *fem indotta* è data dalla **legge di Faraday-Neumann-Lenz**. La *corrente indotta* che si genera nella spira segue la **legge di Ohm**.

Il *flusso magnetico* all'interno di una spira rotante in un campo magnetico è dato dalla seguente formula:

$$\mathbf{\Phi_B = B\ S \cos(\omega\ t)}$$

con:

Φ_B = flusso del campo magnetico (Wb)

B = campo magnetico (T)

S = superficie della spira rotante (cm^2)

ω = velocità angolare di rotazione della spira (rad/s)

t = tempo (s)

Risulta inoltre:

$\omega = 2\ \pi\ \nu$

con ν = frequenza di rotazione (Hz)

Nella formula del *flusso magnetico*, le grandezze B, S, ω sono *costanti* mentre le grandezze t e Φ_B sono *variabili*. Si dice che Φ_B è *funzione* di t (cioè dipende da t) e ad "ogni" valore di t corrisponde "un" valore di Φ_B. La variabile t viene detta *variabile indipendente* e la variabile Φ_B viene detta *variabile dipendente*. Per tracciare il grafico di $\mathbf{\Phi_B = f(t)}$ si procede *per punti*, cioè si assegnano dei valori a t e si calcolano i *corrispondenti* valori di Φ_B. Per far questo ci si serve del foglio di calcolo.

CREAZIONE DELLA TABELLA CON I VALORI DATI

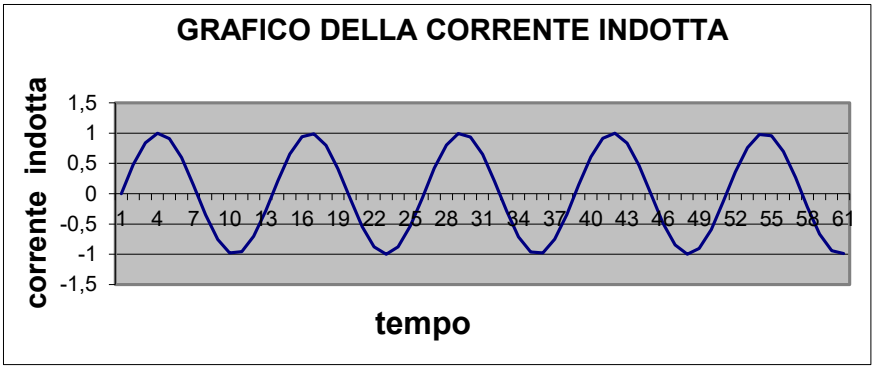
Le grandezze **B, S, f** sono *assegnate* e nelle *celle* del foglio di calcolo vanno immessi i loro *valori*.

Per quanto riguarda invece la *velocità angolare* **ω**, essa è una grandezza ottenuta dalla frequenza **f**. Verrà quindi ad essa riservata una cella per l'inserimento della relativa *formula*.

Successivamente verrà usata una colonna nella quale si assegneranno i *valori* della *variabile indipendente* **t**. Nella colonna a fianco verranno inserite le *formule* del flusso magnetico Φ_B funzione del tempo t.

Una volta noti i valori di Φ_B per un certo numero di valori di **t** si può tracciare il *grafico* di $\Phi_B = f(t)$.

Il grafico della *fem indotta* ha lo stesso andamento di quello del *flusso magnetico*, ma è sfasato rispetto a quest'ultimo. Il grafico della *corrente indotta*, infine, è proporzionale a quello della *fem indotta* secondo la legge di Ohm.



LO STUDIO DI FUNZIONE

1) Ricerca del *campo di esistenza* (C.E.): dipende dal tipo di funzione.

2) Eventuali *intersezioni con gli assi*: si pone $x = 0$ e $y = 0$

3) *Segno* della funzione: si pone $y > 0$

4) Condizioni agli *estremi* del campo di esistenza: si determinano calcolando i *limiti* per valori di x tendenti ai valori estremi del C.E. Da tali condizioni ne discendono gli eventuali *asintoti verticali* e *orizzontali* (°)
Si può, a questo punto, tracciare un primo *grafico indicativo*.

5) *Rami crescenti* e *decrescenti*; punti di *massimo* e di *minimo* relativi (°°): si studia la *derivata prima*, ponendo $y' > 0$

6) *Concavità* rivolta verso l'alto o verso il basso; punti di *flesso*:
si studia la *derivata seconda*, ponendo $y'' > 0$

7) Direzione di eventuali *asintoti obliqui*:
si calcola la derivata prima, per $x \to \pm \infty$
Si può tracciare il *grafico definitivo*.

(°) Nel caso di asintoto orizzontale vanno cercate le eventuali intersezioni della curva con l'asintoto orizzontale.

(°°) Si può anche trovare la direzione della tangente in punti particolari, calcolando la derivata prima in questi punti.

Link consultati

https://it.wikipedia.org

https://www.geogebra.org

https://www.ego-gw.it/

http://www.ego-gw.it/virgodescription/italiano/indice.htm

https://it.wikipedia.org/wiki/Interferometro_VIRGO

https://it.wikipedia.org/wiki/Teoria_della_relativit%C3%A0

Bibliografia

Amaldi – La fisica per i licei scientifici – Zanichelli

Bagatti, Corradi, Desco, Ropa – Elementi di fisica – Zanichelli

Caforio, Ferilli – Fisica - Le leggi della natura – Le Monnier

Cutnell, Johnson – La fisica di Cutnell e Johnson – Zanichelli

Fabbri, Masini – Quantum – SEI

Halliday, Resnick – Fisica – Casa Editrice Ambrosiana

Romeni – La fisica intorno a noi – Zanichelli

Ruffo – Studiamo la fisica – Zanichelli

Stroppa, Randazzo – Fisica per il nostro futuro – Mondadori

Walker – Corso di fisica – Linx